

# Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2023/2024

## Übungsblatt 4

**Zu bearbeiten bis:** 22. November 2023, 15:00 Uhr

### Aufgabe 1:

**(8 + (2 \* 10) + 7 Punkte)**

Betrachten Sie die beiden folgenden Tableaunfragen  $Q_1 := (\mathbf{T}', u')$  und  $Q_2 := (\mathbf{T}'', u'')$ , wobei  $a$  und  $b$  Konstanten sind,  $u' = u'' = ()$ , sowie

$\mathbf{T}'(R)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_1</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>a</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_6</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> </table>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$a$	$x_2$	$x_4$	$x_2$	$x_6$	$x_3$	$\mathbf{T}''(R)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>a</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td></tr> </table>	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$a$	$x_2$	$x_4$
$x_1$	$x_2$	$x_3$																			
$x_2$	$x_2$	$x_3$																			
$a$	$x_2$	$x_4$																			
$x_2$	$x_6$	$x_3$																			
$x_2$	$x_2$	$x_3$																			
$a$	$x_2$	$x_4$																			
$\mathbf{T}'(S)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_1</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_5</math></td></tr> </table>	$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_2$	$x_1$	$x_5$	$\mathbf{T}''(S)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>b</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_1</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_5</math></td></tr> </table>	$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$b$	$x_1$	$x_5$		
$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$																		
$x_4$	$x_2$	$x_1$	$x_5$																		
$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$																		
$x_4$	$b$	$x_1$	$x_5$																		

Ziel der Aufgabe ist es zu entscheiden, ob  $Q_1 \sqsubseteq Q_2$  bzw.  $Q_2 \sqsubseteq Q_1$  gilt.

- (a) Geben Sie die kanonischen Tupel  $u_{Q_1}^{Q_1}$  und  $u_{Q_2}^{Q_2}$ , sowie die kanonischen Datenbanken  $\mathbf{I}_{Q_2}^{Q_1}$  und  $\mathbf{I}_{Q_1}^{Q_2}$  an.
- (b) Entscheiden Sie, ob  $Q_1 \sqsubseteq Q_2$  bzw.  $Q_2 \sqsubseteq Q_1$  gilt.
- (c) Gibt es einen Homomorphismus von  $Q_1$  auf  $Q_2$  bzw. einen Homomorphismus von  $Q_2$  auf  $Q_1$ ? Geben Sie je einen Homomorphismus an oder begründen Sie, warum er nicht existiert.

### Aufgabe 2:

**(15 + 20 Punkte)**

Sei  $k$  eine natürliche Zahl  $\geq 1$ . Das Datenbankschema  $\mathbf{S}$  bestehe aus zwei Relationsnamen  $R$  und  $S$  der Stelligkeit  $k$ . Zeigen Sie

- (a) dass es eine SPC[ $\mathbf{S}$ ]-Anfrage  $Q_\cap$  gibt, so dass für alle  $\mathbf{I} \in \text{inst}(\mathbf{S})$  gilt:

$$\llbracket Q_\cap \rrbracket(\mathbf{I}) = \mathbf{I}(R) \cap \mathbf{I}(S)$$

- (b) dass es keine SPC[ $\mathbf{S}$ ]-Anfrage  $Q_\cup$  gibt, so dass für alle  $\mathbf{I} \in \text{inst}(\mathbf{S})$  gilt:

$$\llbracket Q_\cup \rrbracket(\mathbf{I}) = \mathbf{I}(R) \cup \mathbf{I}(S).$$

**Aufgabe 3:**

**(15 + 15 Punkte)**

- (a) Zeigen Sie, dass jede Teilanfrage einer erfüllbaren SPC-Anfrage erfüllbar ist.
- (b) Geben Sie, für das folgende Problem

ERFÜLLBARKEITSPROBLEM FÜR SPC-ANFRAGEN

*Eingabe:* Datenbankschema  $\mathbf{S}$ , SPC[ $\mathbf{S}$ ]-Anfrage  $Q$

*Frage:* Existiert eine Datenbank  $\mathbf{I}$  vom Schema  $\mathbf{S}$ , s.d.  $\llbracket Q \rrbracket(\mathbf{I}) \neq \emptyset$  ?

einen Polynomialzeit-Algorithmus an!