Humboldt-Universität zu Berlin
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

12. November 2021

Logik in der Informatik

Wintersemester 2021/2022

Übungsblatt 4

Abgabe: *bis 22. November 2021, 13.^{00} Uhr*

Aufgabe 1: **(Moodle-Quiz)**

Absolvieren Sie das Quiz 4 auf der Moodle-Plattform.

Aufgabe 2: **(Präsenzaufgabe)**

Das *Winter Sneeze* Festival (Aufgabe 2 von Blatt 2) hat inzwischen intergalaktische Berühmtheit erlangt. Somit sollen zum nächsten Termin alle ***M**etler*, ***H**ippies*, ***R**ocker* und ***G**oths* des Universums eingeladen werden. Hierfür ist extra ein unendlich großer Zeltplatz mit Parzellen $\langle i, j\rangle$ für alle $i, j \in \mathbb{Z}$ angemietet worden. Entsprechend existieren nun auch unendlich viele Aussagensymbole $M_{i,j}, H_{i,j}, R_{i,j}, G_{i,j}, T_{i,j}$ für alle $i, j \in \mathbb{Z}$.

(a) Stellen Sie unendliche Formelmengen Φ_1, Φ_2 und Φ_3 auf, die die in Aufgabe 2 **(a)**, **(b)** und **(c)** von Blatt 2 beschriebenen Bedingungen repräsentieren, allerdings für den neuen Zeltplatz.

(b) Warum kann die Bedingung aus Aufgabe 2 **(d)** von Blatt 2 nicht durch eine unendliche Formelmenge über den gegebenen Aussagensymbolen repräsentiert werden?

(c) Da das Festival vom *intergalaktischen Verständigungsrat* unterstützt wird, und um eine leichte Erreichbarkeit der Trixie-Klos zu gewährleisten, soll auf jedem drei mal drei Parzellen großen Teilstück des Zeltplatzes jede Zuschauergruppierung vertreten sein und sich auch mindestens ein Trixie-Klo befinden. Stellen Sie eine unendliche Formelmenge Φ_4 auf, die diese Bedingung repräsentiert.

(d) Im Vorverkauf wurden bereits einige Plätze von *Metler*, *Hippies*, *Rocker* und *Goths* fest gebucht und weiterhin eine Verteilung der *Trixie*-Klos geplant. Sei $\Phi := \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \Phi_3 \cup \Phi_4$ und sei Ψ die Formelmenge

$$\begin{aligned}\Psi \ :=\ & \Big\{M_{i,j} : \text{Metler haben Parzelle } \langle i,j\rangle \text{ gebucht}\Big\}\\ \cup\ & \Big\{H_{i,j} : \text{Hippies haben Parzelle } \langle i,j\rangle \text{ gebucht}\Big\}\\ \cup\ & \Big\{R_{i,j} : \text{Rocker haben Parzelle } \langle i,j\rangle \text{ gebucht}\Big\}\\ \cup\ & \Big\{G_{i,j} : \text{Goths haben Parzelle } \langle i,j\rangle \text{ gebucht}\Big\}\\ \cup\ & \Big\{T_{i,j} : \text{Auf Parzelle } \langle i,j\rangle \text{ ist ein Trixie-Klo geplant}\Big\}\end{aligned}$$

Nun stellt sich für die Veranstalter die Frage, ob es einen Belegungsplan gibt, der die zusätzlichen Bedingungen aus dem Vorverkauf und die Trixie-Klo-Planung berücksichtigt, d.h. ob $\Phi \cup \Psi$ erfüllbar ist.

Zeigen Sie: Es gibt genau dann einen korrekten Belegungsplan für den gesamten Zeltplatz, wenn es für jedes endliche quadratische Teilstück einen solchen Belegungsplan gibt.

Aufgabe 3: **(40 Punkte)**

(a) Wandeln Sie analog zu Beispiel 2.54 die Formel

$$\varphi \ := \ \neg\Big((Q \wedge R) \to (\neg S \vee T)\Big)$$

mit dem Tseitin-Verfahren in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel φ_K in 3-KNF um.
Achtung: Halten Sie sich strikt an die Art der Notation und Zeilenaufteilung von Beispiel 2.54. Dies beinhaltet folgende Eigenschaften:

- Die Subformeln ψ (beginnend mit ψ_1) werden aufsteigend in der Reihenfolge ihres Vorkommens als Teilwort von φ nummeriert. Hierbei werden die Subformeln in φ wie in Beispiel 2.54 markiert.
- Negierte Aussagensymbole bilden keine eigene Subformel. Im Gegensatz dazu bilden aber negierte Formeln, die aus mehr als nur einem Aussagensymbol bestehen, eine eigene Subformel.
- Die neuen Aussagensymbole sind entsprechend aus der Menge $\{X_\varphi, X_{\psi_1}, X_{\psi_2}, \ldots\}$ zu wählen. Für jede Subformel wird in φ' eine neue Zeile begonnen und rechtsseitig die passende Begründung angegeben.
- In φ_K entspricht die Zeilenaufteilung der Zeilenaufteilung von φ'.

Lösungen, die sich nicht an obige Formregeln halten, werden nicht korrigiert. Bei fehlerhaften Zeilen in φ' können eventuell die entsprechenden Zeilen in φ_K nicht korrigiert werden.

(b) Betrachten Sie die Klauselmenge

$$\begin{aligned}\Gamma \ := \{ \ &\{F\}, \ \{\neg F, \neg P_1\}, \ \{F, P_1\}, \ \ \{\neg P_1, \neg P_2, P_3\}, \ \{P_1, P_2\}, \ \{P_1, \neg P_3\}, \\ &\{\neg P_2, Q\}, \ \{\neg P_2, S\}, \ \{\neg Q, \neg S, P_2\}, \ \{\neg P_3, Q, \neg S\}, \ \{P_3, S\}, \ \{P_3, \neg Q\} \ \}\end{aligned}$$

wobei F, P_1, P_2, P_3, Q, S paarweise verschiedene Aussagensymbole aus AS sind. Geben Sie für Γ eine Resolutionswiderlegung an. Gehen Sie analog zu Beispiel 2.59 vor und wählen entweder die graphische Darstellung oder die Resolutionswiderlegung als Auflistung mit rechtsseitigen Begründungen.

(c) Betrachten Sie die Klauselmenge

$$\begin{aligned}\Gamma' \ &:= \Gamma \setminus \{\{\neg P_3, Q, \neg S\}, \{\neg P_2, Q\}\} \\ &= \{ \ \{F\}, \ \{\neg F, \neg P_1\}, \ \{F, P_1\}, \ \ \{\neg P_1, \neg P_2, P_3\}, \ \{P_1, P_2\}, \ \{P_1, \neg P_3\}, \\ &\qquad \{\neg P_2, S\}, \ \{\neg Q, \neg S, P_2\}, \ \ \{P_3, S\}, \ \{P_3, \neg Q\} \ \}\end{aligned}$$

Geben Sie für Γ' ein Modell oder eine Resolutionswiderlegung an. Bei einer Resolutionswiderlegung beachten Sie bitte die Hinweise in Teilaufgabe **(b)**.

Aufgabe 4: **(20 Punkte)**

Lesen Sie Kapitel 4 aus dem Buch “Learn Prolog Now!”.

Achtung: *Fertigen Sie Ihre Lösung für die Aufgabenteile (a) und (b) handschriftlich an (also wie Aufgabe 3) und reichen Sie diese bei Moodle ein. Die Lösung des Aufgabenteils (c) muss unter Beachtung der bekannten Abgabehinweise (siehe `https://t1p.de/proLog2122`) für Prolog-Code in einem zusätzlichen Abgabefach in Moodle eingereicht werden!*

(a) Wie antwortet Prolog auf die folgenden Anfragen?

(i) `?- [a, X, a] = [Y, b, Y].`

(ii) `?- [Y, c] = [c, Y | []].`

(iii) `?- [H | T ] = [a ,b | [c | [d]]].`

(iv) `?- [a | [b | T]] = [X, H | [c | [d]]].`

(b) Das Prädikat `member/2` wird in Abschnitt 4.2 des Buchs “Learn Prolog Now!” definiert. Zeichnen Sie den Suchbaum für die Anfrage

```
?- member(a, [X, a, b]).
```

(c) Definieren Sie *rekursiv* ein Prädikat `nimm/3`, so dass `nimm(E, X, Y)` genau dann erfolgreich ist, wenn `E` ein Element der Liste `X` ist und `Y` aus der Liste `X` durch Löschung eines Vorkommens von `E` entsteht. So sollte beispielsweise die Anfrage

```
?- nimm(E, [1, 2, 3], Y).
```

zu der folgenden Antworten führen:

```
E = 1,
Y = [2, 3] ;
E = 2,
Y = [1, 3] ;
E = 3,
Y = [1, 2] ;
false.
```