

Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2020/2021

Übungsblatt 2

Zu Bearbeiten bis zur Übungsstunde am 25. November 2020

Hinweis: Für die Lösung der Aufgaben können Sie selbstverständlich alle Resultate aus der Vorlesung und den vorangegangenen Übungen nutzen.

Aufgabe 1:

Sei \mathbf{G} ein Datenbankschema, das genau aus dem zweistelligen Relationsnamen E besteht.

Wir interpretieren Datenbankinstanzen $\mathbf{I}_{\mathbf{G}}$ vom Schema \mathbf{G} als gerichtete Graphen mit der Knotenmenge $\text{adom}(\mathbf{I}_{\mathbf{G}})$ und der Kantenrelation \mathbf{I}_E . Zeigen Sie, dass die Anfrage

„Gib alle Knoten aus, die Ausgangsgrad ≥ 2 besitzen.“

nicht durch eine regelbasierte konjunktive Anfrage beschrieben werden kann.

Aufgabe 2:

Sei \mathbf{S} ein Datenbankschema, das aus genau einem Relationsnamen R besteht. Die Stelligkeit von R sei 1.

Finden Sie eine Funktion $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so dass für alle Werte $k, n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$, alle regelbasierten Anfragen Q vom Schema \mathbf{S} und alle Datenbanken \mathbf{I} vom Schema \mathbf{S} mit $\|Q\| = k$ und $\|\mathbf{I}\| = n$ gilt: das Ergebnis $\llbracket Q \rrbracket(\mathbf{I})$ enthält höchstens $g(k, n)$ viele verschiedene Tupel.

Zeigen Sie (für alle k und n), dass Ihre obere Schranke tatsächlich erreicht werden kann.

Aufgabe 3:

(a) Betrachten Sie die beiden regelbasierten konjunktiven Programme P' und P'' :

$$P' : \quad \begin{aligned} W(x, y) &\leftarrow E(x, z_1), E(z_1, z_2), E(z_2, y) \\ \text{Ans}'(x) &\leftarrow W(x, z), W(z, x) \end{aligned}$$
$$P'' : \quad \begin{aligned} F_0(x, y) &\leftarrow E(x, y) \\ F_1(x, y) &\leftarrow F_0(x, z), F_0(z, y) \\ F_2(x, y) &\leftarrow F_1(x, z), F_1(z, y) \\ \text{Ans}''(x, y) &\leftarrow F_2(x, z), F_2(z, y) \end{aligned}$$

Beschreiben Sie die Anfragefunktionen, die durch $P'(\text{Ans}')$ und $P''(\text{Ans}'')$ definiert werden, in Worten und wandeln Sie diese jeweils in eine äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage (mit “=”) um.

- (b) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe eines regelbasierten konjunktiven Programms P und eines idb-Prädikats S von P eine zu $P(S)$ äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage Q (mit “=”) berechnet. Weisen Sie die Korrektheit des Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.

Aufgabe 4:

- (a) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe einer bereichsbeschränkten regelbasierten konjunktiven Anfrage mit “=” testet, ob diese Anfrage erfüllbar ist. Weisen Sie die Korrektheit ihres Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.
- (b) Führen Sie die Details zu Beobachtung 3.15 aus, d.h. zeigen Sie, dass jede bereichsbeschränkte regelbasierte Anfrage mit “=” entweder unerfüllbar oder äquivalent zu einer regelbasierten konjunktiven Anfrage (ohne “=”) ist.