

Logik in der Informatik

Wintersemester 2019/2020

Übungsblatt 5

Abgabe: bis 26. November 2019, 11.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

(a) Stellen Sie für die Klauselmenge

$$\Gamma_1 := \left\{ \{R, S\}, \{\neg R, S, T\}, \{\neg S, \neg T\}, \{R, \neg T\}, \{T, \neg S, \neg R, U\}, \{\neg S, \neg U\} \right\},$$

wobei R, S, T, U unterschiedliche Aussagensymbole aus AS sind, eine aussagenlogische Formel φ_1 in KNF auf, so dass für jede Interpretation \mathcal{I} gilt:

$$\mathcal{I} \models \varphi_1 \iff \mathcal{I} \models \Gamma_1.$$

(b) Sei Γ_1 die Klauselmenge aus Aufgabenteil (a) und sei

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &:= \left\{ \{Q, R, S\}, \{Q, \neg R\}, \{Q, R, \neg S\}, \{R, \neg Q\}, \{\neg R, \neg Q\} \right\}, \\ \Gamma_3 &:= \left\{ \{P, \neg R, S\}, \{\neg R, \neg Q\}, \{\neg P, S\}, \{R\}, \{\neg S, Q\} \right\}, \end{aligned}$$

wobei P, Q, R, S unterschiedliche Aussagensymbole aus AS sind. Geben Sie für jede der drei Klauselmengen jeweils ein Modell oder eine Resolutionswiderlegung an. Bei einer Resolutionswiderlegung gehen Sie analog zu Beispiel 2.59 vor und wählen entweder die graphische Darstellung oder die Resolutionswiderlegung als Auflistung mit rechtsseitigen Begründungen.

Aufgabe 2:

(25 Punkte)

Seien Q, R, S, T, U, W unterschiedliche Aussagensymbole aus AS. Wenden Sie den DPLL-Algorithmus auf die folgende Klauselmenge Γ an. Erklären Sie dabei Schritt für Schritt, wie der Algorithmus vorgeht.

$$\Gamma := \left\{ \{R, \neg S, T\}, \{U, W\}, \{\neg Q, \neg R, S\}, \{\neg T, U\}, \{R, \neg U, \neg W\}, \{Q, R, S, T\}, \right. \\ \left. \{Q, \neg T\}, \{\neg Q, \neg R, T\}, \{\neg R, \neg S, \neg T, \neg U\}, \{\neg U, W\}, \{U, \neg W\}, \{Q\} \right\}$$

Hinweis: Um Ihnen selbst und unseren Tutor_innen die Arbeit zu erleichtern, wählen Sie bitte in Zeile 4 des DPLL-Algorithmus nicht-negierte Literale, und zwar in alphabetischer Reihenfolge. Ebenso wählen Sie bitte bei der Anwendung der Vereinfachungsheuristiken die Literale in alphabetischer Reihenfolge.

Geben Sie wie in Beispiel 2.64 entsprechend die entstehende Klauselmenge und die benutzte Vereinfachungsheuristik an.

Aufgabe 3:**(25 Punkte)**

- (a) Beweisen Sie per Induktion über die Länge von Resolutionsableitungen, dass für alle Klauselmengen Γ und alle Klauseln δ gilt: $\Gamma \vdash_R \delta \implies \Gamma \models \delta$.
- (b) Gilt die Umkehrung der Aussage aus Aufgabenteil (a), d.h. gilt für alle Klauselmengen Γ und alle Klauseln δ : $\Gamma \models \delta \implies \Gamma \vdash_R \delta$? Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

Aufgabe 4:**(25 Punkte)**

Bearbeiten Sie Aufgabe 4 von Blatt 4.