Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

10. Dezember 2014

Logik in der Informatik

Wintersemester 2014/2015

Übungsblatt 7

Abgabe: *bis 17. Dezember 2014, 9.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))*

Aufgabe 1: (25 Punkte)

(a) Erweitern Sie den in der Vorlesung vorgestellten Interpreter PAntwort (Skript, Seite 148) um ein eingebautes Prädikat `fail/0`, für welches gilt: Für jedes beliebige Programm $\Pi \in$ PP gibt PAntwort bei Eingabe von Π und der Anfrage $\alpha :=$ `fail` immer „false" aus.

Hinweis: Gehen Sie analog zu dem in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus PAntwort$_{i,c}$ (Skript, Seite 161) vor.

(b) ***Achtung:*** *Die Bearbeitung der folgenden Teilaufgabe ist digital über das GOYA-System abzugeben!* ***Außerdem gilt:*** *Lösungsansätze, die von SWI-Prolog nicht geladen werden können, werden mit 0 Punkten bewertet!*

Schreiben Sie ein rekursives Prolog-Prädikat `not_member/2`, so dass `not_member(X, L)` für einen Term `X` und eine Liste `L` genau dann erfüllt ist, wenn `X` in `L` *nicht* enthalten ist. Sie dürfen dabei jedoch keines der Prädikate `\=/2` oder `\==/2` benutzen, sondern lediglich den Cut „`!`" und das in Teilaufgabe **(a)** beschriebene Prädikat `fail/0`.

Hinweis: Das Prädikat `fail/0` ist in SWI-Prolog bereits vordefiniert.

Aufgabe 2: (25 Punkte)

(a) Betrachten Sie die Relation $R := \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,b),(b,c)\}$ über der Menge $A := \{a,b,c,d\}$. Welche Paare $(x,y) \in A \times A$ müssen zu R mindestens hinzugefügt werden, um aus R eine Relation zu erhalten, die jeweils

- **(i)** reflexiv ist?
- **(ii)** symmetrisch ist?
- **(iii)** antisymmetrisch ist?
- **(iv)** konnex ist?
- **(v)** transitiv ist?

(b) Betrachten Sie die folgenden Relationen R_i über der jeweiligen Menge M_i.

- **(i)** $M_1 := \{1,2,3,4,5\}$, $R_1 := \{(1,1),(1,2),(2,2),(2,3),(3,3),(4,4),(4,5),(5,4),(5,5)\}$
- **(ii)** $M_2 := \{\clubsuit,\spadesuit,\heartsuit,\diamondsuit\}$, $R_2 := \{(\clubsuit,\spadesuit),(\clubsuit,\heartsuit),(\clubsuit,\diamondsuit),(\spadesuit,\heartsuit),(\spadesuit,\diamondsuit),(\heartsuit,\diamondsuit)\}$
- **(iii)** $M_3 := \{-4,-3,-2,-1,0,1,2\}$, $R_3 := \{(x,y) \in M_3 \times M_3 : x \cdot y \leq 3\}$
- **(iv)** $M_4 := \{n \in \mathbb{N} \colon n \geq 1\}$, $R_4 := \{(a,b) \in M_4 \times M_4 : ggT(a,b) > 1\}$, wobei $ggT(a,b)$ der größte gemeinsame Teiler der Zahlen a und b ist.

Geben Sie für jedes $i \in [4]$ an, welche Eigenschaften (reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, konnex, transitiv) die Relation R_i jeweils besitzt.

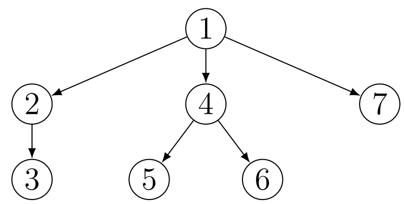
Aufgabe 3: **(25 Punkte)**

(a) Wir betrachten das Alphabet $\Sigma := \{a, b, c\}$.

- **(i)** Geben Sie die Wortstruktur $\mathcal{W}_w$ für das Wort $w := cabaabbc$ über dem Alphabet Σ an.
- **(ii)** Sei $\mathcal{W}$ die σ_Σ-Struktur mit $W := [5]$, in der $\leqslant^{\mathcal{W}}$ die natürliche lineare Ordnung auf $[5]$ ist und $P_a^{\mathcal{W}} := \{1, 3, 5\}$, $P_b^{\mathcal{W}} := \{2, 4\}$ und $P_c^{\mathcal{W}} := \emptyset$. Welches Wort $w \in \Sigma^*$ wird durch $\mathcal{W}$ repräsentiert?

(b) In dieser Aufgabe sollen gerichtete Bäume durch Strukturen über einer Signatur mit einem einstelligen Funktionssymbol f repräsentiert werden.

- **(i)** Beschreiben Sie, wie ein gegebener gerichteter Baum $B = (V, E)$ mit $V \neq \emptyset$ durch eine Struktur über der Signatur $\sigma = \{f\}$ modelliert werden kann.
- **(ii)** Geben Sie die entsprechende Struktur für den folgenden Baum an:



Aufgabe 4: **(25 Punkte)**

Lesen Sie Kapitel 9 aus dem Buch “Learn Prolog Now!”.

Achtung: *Die Bearbeitung der folgenden Aufgabe ist digital über das GOYA-System abzugeben!* ***Außerdem gilt:*** *Lösungsansätze, die von SWI-Prolog nicht geladen werden können, oder die bei den in den Aufgabenstellungen aufgeführten Beispielanfragen nicht die richtige Antwort liefern, werden mit 0 Punkten bewertet!*

Betrachten Sie die Repräsentation aussagenlogischer Formeln im Skript, Seite 124.

(a) Definieren Sie einen neuen Infix-Operator `nand` mit der selben Präzedenz und dem selben Typ wie die Konjunktion `/\`.

(b) Sei der zweistellige Junktor `nand` wie im Skript, Seite 54, definiert. Wir können Formeln aus `AL`({`nand`}) mit Hilfe des in Teilaufgabe **(a)** definierten Operators als Prolog-Terme repräsentieren. Schreiben Sie, analog zum Prädikat `al_eval/3`, ein Prädikat `nand_eval/3`, so dass `nand_eval(F, I, W)` für eine Formel `F` $\in$ `AL`({`nand`}), eine Interpretation `I` und einen Wahrheitswert `W` $\in$ {`0`, `1`} gilt, wenn `W` der Wahrheitswert von `F` unter der Interpretation `I` ist. Beispielsweise soll Prolog auf die Anfrage

```
?- nand_eval(a nand b, [maps(a, 0), maps(b, 1)], 1).
```

mit `true` antworten.

Hinweis: Sie können das in der Vorlesung definierte Prädikat `al_interpret_get/3` verwenden.

(c) Schreiben Sie ein Prädikat `nand2al/2`, welches zu einer im ersten Argument angegebenen Formel aus `AL`({`nand`}) im zweiten Argument eine äquivalente aussagenlogische Formel berechnet. Beispielsweise sollte Prolog auf die Anfrage

```
?- nand2al((a nand a) nand b, F).
```

mit `F = ~ (~ (a/\a)/\b)` antworten.