

Logik in der Informatik

Wintersemester 2014/2015

Übungsblatt 5

Abgabe: bis 3. Dezember 2014, 9.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))

Achtung: Zu Aufgabenstellungen der Form “Beweisen Sie per <Beweistechnik>, dass ...” korrigieren und bepunkten wir Ihren Beweisansatz von vornherein nur dann, wenn Sie Ihren Beweisansatz per <Beweistechnik> geführt haben.

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Sei Γ eine Klauselmengende und δ eine Klausel.

- (a) Beweisen Sie per Induktion über die Länge von Resolutionsableitungen, dass für alle Klauselmengen Γ und alle Klauseln δ gilt: $\Gamma \vdash_R \delta \implies \Gamma \models \delta$.
- (b) Gilt die Umkehrung dieser Aussage, d.h. gilt für alle Klauselmengen Γ und alle Klauseln δ : $\Gamma \models \delta \implies \Gamma \vdash_R \delta$? Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

Aufgabe 2:

(22 Punkte)

Betrachten Sie die Substitution

$$S := \{ X \mapsto g(Z), Y \mapsto f(a, b, g(c)), Z \mapsto h(Z, Z), V \mapsto a \}$$

sowie die Terme

$$\theta_1 := f(X, Y, h(Y, a)), \quad \theta_2 := f(g(Y), Y, Z).$$

- (a) Berechnen Sie die Terme $\theta_1 S$ und $\theta_2 S$.
- (b) Geben Sie eine Substitution S' an, so dass gilt: $\theta_1 S' = \theta_2 S'$.

Aufgabe 3:

(28 Punkte)

(Für die Vorgeschichte sei auf Blatt 2, Aufgabe 2 verwiesen.) Vier Wochen später: Alice sitzt nach wie vor in der Kleinstadt *Hamster City* fest, die inzwischen nicht mehr als besonders ruhig gelten kann. Ende November ist es entschieden zu kalt geworden, um länger auf Bäumen auszuharren, und auch Alices Munitionsvorrat erlaubt nur noch sehr sparsam dosierte Massaker an der durch das entwichene Virus zombifizierten Bevölkerung. Um endlich ein Serum gegen das Virus entwickeln zu können beschließt Alice, den sogenannten *Patient Zero* zu finden, d.h. denjenigen, der als erstes mit dem Zombie-Virus infiziert wurde. Natürlich kann es sich nur um jemanden handeln, der sich zur Zeit des Viren-Ausbruchs im Forschungslabor befand. Bei der Suche nach Patient Zero “hilft” Alice der Zombie-Hamster Charly. Charlys unfreiwillige Blutprobe (dies ist für Alice relativ ungefährlich, da Hamster im Gegensatz zu Menschen zwar am Zombie-Virus erkranken können, es jedoch selbst nicht weiter übertragen) ermöglicht es Alice, die Kette der Infektionen vom Forschungslabor, über verschiedene Wirte hinweg, bis zu Charly nachzuvollziehen. Alice hat ihre Erkenntnisse in einem Logik-Programm Π formuliert:

```

1  % Zombies
2  hamster(bianca).
3  hamster(charly).
4  hamster(herby).
5  mensch(edward).
6  mensch(john).
7  mensch(seymour).
8  % Wer hat wen gebissen?
9  beisst(bianca, charly).
10 beisst(edward, herby).
11 beisst(john, bianca).
12 beisst(john, seymour).
13 beisst(herby, charly).
14 beisst(seymour, charly).
15 % Wer war im Labor?
16 im_labor(edward).
17 im_labor(john).
18 % Wer hat wen, eventuell
19 % über andere Wirte,
20 % infiziert?
21 infiziert(X, Y) :-
22     mensch(X),
23     beisst(X, Y).
24 infiziert(X, Y) :-
25     mensch(X),
26     beisst(X, Z),
27     infiziert(Z, Y).
28 % Patient Zero war im Labor
29 % und hat Charly infiziert
30 patient0(X) :-
31     im_labor(X),
32     infiziert(X, charly).

```

- (a) Geben Sie einen Beweisbaum für den Term `patient0(john)` aus Π an.
- (b) Geben Sie eine Ableitung von dem Term `patient0(john)` aus Π an.
- (c) Beweisen Sie per Induktion über den Aufbau von Beweisbäumen, dass für alle Logik-Programme Π und alle Terme θ gilt: Falls es einen Beweisbaum für θ aus Π gibt, so gibt es auch eine Ableitung von θ aus Π .
- (d) Beweisen Sie per Induktion über die Länge von Ableitungen, dass für alle Logik-Programme Π und alle Terme θ gilt: Falls es eine Ableitung von θ aus Π gibt, so gibt es auch einen Beweisbaum für θ aus Π .

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Lesen Sie Kapitel 5 aus dem Buch “Learn Prolog Now!”.

Achtung: Die Bearbeitung der folgenden Aufgaben ist digital über das GOYA-System abzugeben!

Außerdem gilt: Lösungsansätze, die von SWI-Prolog nicht geladen werden können, oder die bei den in den Aufgabenstellungen aufgeführten Beispielanfragen nicht die richtige Antwort liefern, werden mit 0 Punkten bewertet!

- (a) Im dargestellten Zahlenrätsel repräsentieren die Buchstaben **A**, ..., **G** die einzelnen Stellen von Dezimalzahlen. Ordnen wir beispielsweise dem Buchstaben **A** die Ziffer 1 und dem Buchstaben **B** die Ziffer 2 zu, so entspricht **AB** der Dezimalzahl 12.

$$\begin{array}{r r r r r r r}
 \mathbf{AB} & + & \mathbf{AG} & = & \mathbf{CA} & & \\
 & & & & & & \\
 & + & & & - & & + \\
 \mathbf{AC} & - & \mathbf{B} & = & \mathbf{AA} & & \\
 = & & = & & = & & \\
 \mathbf{BE} & + & \mathbf{AF} & = & \mathbf{DB} & &
 \end{array}$$

Können den Buchstaben **A**, ..., **G** derart Ziffern aus $\{1, \dots, 9\}$ zugeordnet werden, dass alle Gleichungen, d.h. sowohl die horizontalen als auch die vertikalen, des Zahlenrätsels erfüllt sind?

Schreiben Sie ein Prädikat `raetsel/7`, so dass `raetsel(A, B, C, D, E, F, G)` genau dann erfüllt ist, wenn **A**, ..., **G** eine Lösung für das Rätsel sind!

Hinweis: Definieren Sie für jedes $n \in \{1, \dots, 9\}$ einen Fakt `ziffer(n)`.

- (b) Schreiben Sie ein *end-rekursives (tail recursive)* Prädikat `sum/2`, so dass gilt: Ist **L** eine Liste von Zahlen, dann wird bei der Anfrage `?- sum(L, X)` die Variable **X** mit der Summe der Zahlen in **L** unifiziert. Beispielsweise soll gelten:

```

1  ?- sum([1,2,3,4], S).
2  S = 10 ;
3  false.

```