

Einführung in die Datenbanktheorie

Sommersemester 2026

Übungsblatt 9

Zu bearbeiten bis: 24. Juni 2026, 9:00 Uhr

Aufgabe 1: (20 Punkte)

Beweisen Sie Satz 4.11, d.h. zeigen Sie, dass Folgendes gilt: Für jede Datalog-Anfrage Q ist die Anfragefunktion $\llbracket Q \rrbracket$ abgeschlossen unter $\text{adom}(Q)$ -Homomorphismen.

Aufgabe 2: (15 + 20 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet. Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ gibt $|w|_a$ an, wie oft der Buchstabe a im Wort w vorkommt. Beispielsweise, gilt $|ababba|_a = 3$. Weiterhin sei

$$\mathbf{S}_\Sigma := \{\text{Succ}, \text{Min}, \text{Max}\} \cup \{P_\alpha : \alpha \in \Sigma\},$$

wie in der Vorlesung definiert.

- (a) Gibt es eine Datalog-Anfrage $Q_1 = (P_1, \text{Ans}_1)$ mit $\text{edb}(P_1) = \mathbf{S}_\Sigma$, so dass für alle $w \in \Sigma^+$ gilt:

$$\llbracket Q_1 \rrbracket(\mathbf{I}_w) = \text{“ja”} \iff |w|_a \text{ ist gerade.}$$

- (b) Gibt es eine Datalog-Anfrage $Q_2 = (P_2, \text{Ans}_2)$ mit $\text{edb}(P_2) = \mathbf{S}_\Sigma \setminus \{\text{Min}\}$, so dass für alle $w \in \Sigma^+$ gilt:

$$\llbracket Q_2 \rrbracket(\mathbf{I}_w) = \text{“ja”} \iff |w|_a \text{ ist gerade.}$$

Beweisen Sie jeweils, dass Ihre Antwort korrekt ist.

Aufgabe 3: (10 + 10 Punkte)

Finden Sie zwei Datalog-Programme P_1 und P_2 mit $\text{edb}(P_1) = \text{edb}(P_2)$ und $\text{idb}(P_1) = \text{idb}(P_2)$, so dass für $\mathbf{S} := \text{edb}(P_1) = \text{edb}(P_2)$ gilt:

- (1) Es gibt eine Datenbank $\mathbf{J} \in \text{inst}(\mathbf{S})$ so dass $\llbracket P_1 \rrbracket(\mathbf{J}) \not\subseteq \llbracket P_2 \rrbracket(\mathbf{J})$, und
- (2) es gibt ein $R \in \text{idb}(P_1)$, so dass für die Anfragen $Q_1 := (P_1, R)$ und $Q_2 := (P_2, R)$, sowie alle $\mathbf{I} \in \text{inst}(\mathbf{S})$ gilt:

$$\llbracket Q_1 \rrbracket(\mathbf{I}) \subseteq \llbracket Q_2 \rrbracket(\mathbf{I}).$$

Beachten Sie: Aussage (1) bedeutet, dass das *Uniforme Containment-Problem für Datalog-Programme* bei Eingabe von P_1 und P_2 die Ausgabe “nein” liefert; und Aussage (2) bedeutet, dass das *Query Containment Problem für Datalog-Anfragen* bei Eingabe von Q_1 und Q_2 die Ausgabe “ja” liefert.

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Problem:

ÄQUIVALENZPROBLEM FÜR DATALOG-ANFRAGEN

Eingabe: Zwei Datalog-Anfragen $Q_1 = (P_1, R)$ und $Q_2 = (P_2, R)$ mit $edb(P_1) = edb(P_2)$ und $R \in idb(P_1) \cap idb(P_2)$

Frage: Gilt $\llbracket Q_1 \rrbracket(\mathbf{I}) = \llbracket Q_2 \rrbracket(\mathbf{I})$ für alle $\mathbf{I} \in inst(edb(P_1))$?

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

Das Äquivalenzproblem für Datalog-Anfragen ist entscheidbar.