

Einführung in die Datenbanktheorie

Sommersemester 2026

Übungsblatt 2

Zu bearbeiten bis: 6. Mai 2026, 9:00 Uhr

Hinweis: Für die Lösung der Aufgaben können Sie selbstverständlich alle Resultate aus der Vorlesung und den vorangegangenen Übungen nutzen.

Aufgabe 1: (25 Punkte)

Sei $\mathbf{G}$ ein Datenbankschema, das genau aus dem zweistelligen Relationsnamen E besteht.

Wir interpretieren Datenbankinstanzen $\mathbf{I}_{\mathbf{G}}$ vom Schema $\mathbf{G}$ als gerichtete Graphen mit der Knotenmenge $\text{adom}(\mathbf{I}_{\mathbf{G}})$ und der Kantenrelation $\mathbf{I}_{\mathbf{G}}(E)$. Zeigen Sie, dass die Anfrage

„Gib alle Knoten aus, die Ausgangsgrad ≥ 2 besitzen.“

nicht durch eine regelbasierte konjunktive Anfrage beschrieben werden kann.

Aufgabe 2: (24 Punkte)

Sei $\mathbf{S}$ ein Datenbankschema, das aus genau einem Relationsnamen R besteht. Die Stelligkeit von R sei 1.

Finden Sie eine Funktion $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, sodass für alle Werte $k, n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$, alle regelbasierten konjunktiven Anfragen Q vom Schema $\mathbf{S}$ und alle Datenbanken $\mathbf{I}$ vom Schema $\mathbf{S}$ mit $\|Q\| = k$ und $\|\mathbf{I}\| = n$ gilt: das Ergebnis $\llbracket Q \rrbracket(\mathbf{I})$ enthält höchstens $g(k, n)$ viele verschiedene Tupel.

Zeigen Sie (für beliebig große k und n), dass Ihre obere Schranke tatsächlich erreicht werden kann.

Aufgabe 3: (2 · 8 + 9 Punkte)

(a) Betrachten Sie die beiden regelbasierten konjunktiven Programme P' und P'' :

P' :
 $W(x, y) \leftarrow E(x, z_1), E(z_1, z_2), E(z_2, y)$
 $\text{Ans}'(x) \leftarrow W(x, z), W(z, x)$

P'' :
 $F_0(x, y) \leftarrow E(x, y)$
 $F_1(x, y) \leftarrow F_0(x, z), F_0(z, y)$
 $F_2(x, y) \leftarrow F_1(x, z), F_1(z, y)$
 $\text{Ans}''(x, y) \leftarrow F_2(x, z), F_2(z, y)$

Beschreiben Sie die Anfragefunktionen, die durch $P'(Ans')$ und $P''(Ans'')$ definiert werden, in Worten und wandeln Sie diese jeweils in eine äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage (mit „=“) um.

- (b) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe eines regelbasierten konjunktiven Programms P und eines idb-Prädikats S von P eine zu $P(S)$ äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage Q (mit „=“) berechnet. Weisen Sie die Korrektheit des Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.

Aufgabe 4:

(2 · 13 Punkte)

- (a) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe einer bereichsbeschränkten regelbasierten konjunktiven Anfrage mit „=“ testet, ob diese Anfrage erfüllbar ist. Weisen Sie die Korrektheit ihres Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.
- (b) Führen Sie die Details zu Beobachtung 3.15 aus, d.h. zeigen Sie, dass jede bereichsbeschränkte regelbasierte Anfrage mit „=“ entweder unerfüllbar oder äquivalent zu einer regelbasierten konjunktiven Anfrage (ohne „=“) ist.