

Ausgewählte Kapitel der Logik: Lokalität

Sommersemester 2026

Übungsblatt 7

zu bearbeiten bis: 16. Juni 2026, 09.00 Uhr

Aufgabe 1:

(8 + 8 + 2 + 8 + 8 = 34 Punkte)

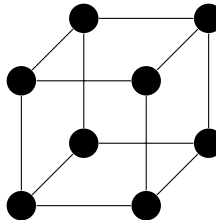
Sei $\sigma = \{E\}$ für ein 2-stelliges Relationssymbol E . Geben Sie für jedes $h \in \mathbb{N}$ möglichst kurze $\text{FO}[\sigma]$ -Formeln $\text{bit}_h(x, y)$, $\text{less}_h(x, y)$, $\text{min}_h(x)$, $\text{succ}_h(x, y)$, $\text{max}_h(x)$ an, sodass für alle σ -Strukturen $\mathcal{A}$ und alle $a, b \in A$ gilt: Falls es $m, n \in \{0, \dots, \text{Tower}(h)-1\}$ mit $\mathcal{A}_a \cong \mathcal{T}(m)$ und $\mathcal{A}_b \cong \mathcal{T}(n)$ gibt, so gilt:

- (a) $\mathcal{A} \models \text{bit}_h[a, b] \iff \text{Bit}(m, n) = 1.$
- (b) $\mathcal{A} \models \text{less}_h[a, b] \iff m < n.$
- (c) $\mathcal{A} \models \text{min}_h[a] \iff m = 0.$
- (d) $\mathcal{A} \models \text{succ}_h[a, b] \iff m+1 = n.$
- (e) $\mathcal{A} \models \text{max}_h[a] \iff m = \text{Tower}(h)-1.$

Aufgabe 2:

(33 Punkte)

Geben Sie für den folgenden Graphen G eine Baumzerlegung (T, B) mit möglichst kleiner Weite an. Weisen Sie nach, dass (T, B) tatsächlich eine Baumzerlegung von G ist und geben Sie deren Weite an.



Aufgabe 3:

(33 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Baumzerlegung (T, B) . Finden Sie einen Graphen G mit einer maximalen Anzahl Kanten, sodass (T, B) eine Baumzerlegung von G ist. Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

