

Ausgewählte Kapitel der Logik: Lokalität

Sommersemester 2026

Übungsblatt 5

zu bearbeiten bis: 2. Juni 2026, 09.⁰⁰ Uhr

Aufgabe 1:

(20 + 20 = 40 Punkte)

Stellen Sie für jede der beiden folgenden Formeln fest, ob sie in Gaifman-Normalform ist und geben Sie ggf. eine dazu äquivalente Formel in Gaifman-Normalform an. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) $\varphi_1(x) := \forall y E(x, y)$

(b) $\varphi_2(x_1, x_2) := \neg x_1 = x_2 \wedge \forall y (E(x_1, y) \vee E(x_2, y))$

Aufgabe 2:

(26 Punkte)

Betrachten Sie den Beweis von Theorem 3.6 für den Spezialfall, dass φ eine FO-Formel ist. Sei $q = \text{qr}(\varphi)$. Geben Sie eine möglichst kleine obere Schranke $q' = f(q)$ an, sodass für die vom Algorithmus erzeugte zu φ äquivalente Formel φ' in Gaifman-Normalform gilt: $\text{qr}(\varphi') \leq q'$.

Aufgabe 3:

(17 + 17 = 34 Punkte)

- (a) Sei σ eine Signatur, die ausschließlich Symbole mit einer Stelligkeit ≤ 2 enthält, und sei $r \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie die am Ende von Beispiel 3.2 aufgestellte Behauptung: $\text{dist}^\sigma(\bar{x}, y) > 2r$ ist r -lokal um $\bar{x}, y$.
- (b) Gilt die obige Aussage auch für beliebige Signaturen? Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist, und ändern Sie ggf. die Behauptung so ab, dass sie für beliebige Signaturen gilt.