

Einführung in die formale Logik für IMP

Sommersemester 2025

Übungsblatt 7 - Präsenz

Abgabe: -

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Sei $\sigma := \{f, R, S, c\}$ eine Signatur mit einem 1-stelligen Funktionssymbol f , einem 2-stelligen Relationssymbol R , einem 3-stelligen Relationssymbol S und einem Konstantensymbol c .

Betrachten Sie die drei σ -Strukturen $\mathcal{A} := (A, f^{\mathcal{A}}, R^{\mathcal{A}}, S^{\mathcal{A}}, c^{\mathcal{A}})$, $\mathcal{B} := (B, f^{\mathcal{B}}, R^{\mathcal{B}}, S^{\mathcal{B}}, c^{\mathcal{B}})$ und $\mathcal{C} := (C, f^{\mathcal{C}}, R^{\mathcal{C}}, S^{\mathcal{C}}, c^{\mathcal{C}})$ wobei

- $A := \{q, r, s, t, u\}$, $R^{\mathcal{A}} := \{(q, q), (r, t), (t, r), (u, q)\}$, $S^{\mathcal{A}} := \{(q, s, q), (u, t, r)\}$, $c^{\mathcal{A}} := s$,
- $B := \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R^{\mathcal{B}} := \{(5, 5), (4, 1), (2, 5), (1, 4)\}$, $S^{\mathcal{B}} := \{(2, 1, 4), (5, 3, 5)\}$, $c^{\mathcal{B}} := 3$,
- $C := \{v, w, x, y, z\}$, $R^{\mathcal{C}} := \{(w, y), (v, v), (y, w), (z, v)\}$, $S^{\mathcal{C}} := \{(v, z, v), (z, y, w)\}$, $c^{\mathcal{C}} := x$

und die Funktionen $f^{\mathcal{A}}: A \rightarrow A$, $f^{\mathcal{B}}: B \rightarrow B$ und $f^{\mathcal{C}}: C \rightarrow C$ definiert sind durch

$a \in A$	q	r	s	t	u
$f^{\mathcal{A}}(a)$	t	s	t	u	q

$a \in B$	1	2	3	4	5
$f^{\mathcal{B}}(a)$	2	5	1	3	1

$a \in C$	v	w	x	y	z
$f^{\mathcal{C}}(a)$	y	x	y	z	v

Überprüfen Sie jeweils, ob $\mathcal{A} \cong \mathcal{B}$ und ob $\mathcal{A} \cong \mathcal{C}$ gilt. Falls ja, geben Sie einen entsprechenden Isomorphismus an und begründen Sie, warum es sich um einen Isomorphismus handelt. Falls nein, begründen Sie, warum es keinen entsprechenden Isomorphismus gibt.