

Einführung in die formale Logik für IMP

Sommersemester 2025

Übungsblatt Präsenzaufgabe

Abgabe: -

Aufgabe 1: Koinzidenzlemma für FO-Formeln

(30 Punkte)

Beweisen Sie das Koinzidenzlemma für Formeln der Logik erster Stufe (Satz 3.28). Sie dürfen dafür das Koinzidenzlemma für Terme (Satz 3.27) benutzen. *Zur Erinnerung:*

Satz 3.28 (Koinzidenzlemma für FO-Formeln). *Sei $\mathcal{I}_1 = (\mathcal{A}_1, \beta_1)$ eine σ_1 -Interpretation und sei $\mathcal{I}_2 = (\mathcal{A}_2, \beta_2)$ eine σ_2 -Interpretation, wobei σ_1 und σ_2 Signaturen seien.*

Sei $\varphi \in \text{FO}$ eine Formel der Logik erster Stufe mit $\sigma(\varphi) \subseteq \sigma_1 \cap \sigma_2$, so dass gilt:

1. $\mathcal{A}_1|_{\sigma(\varphi)} = \mathcal{A}_2|_{\sigma(\varphi)}$, und
2. $\beta_1(x) = \beta_2(x)$, für alle $x \in \text{frei}(\varphi)$.

Dann gilt: $\mathcal{I}_1 \models \varphi \iff \mathcal{I}_2 \models \varphi$.