

Automatentheorie

Sommersemester 2025

Übungsblatt 9

Zu bearbeiten bis: 11. Juli 2025, 12:45 Uhr

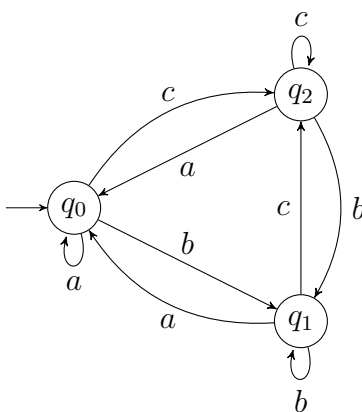
Aufgabe 1:

(10 + 10 = 20 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Betrachten Sie die Sprache

$$\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^\omega \mid \text{ Falls } |w|_a = \infty, \text{ dann } |w|_b = \infty\}$$

und folgende Darstellung der Übergangsfunktion eines deterministischen Automaten.



- (a) Interpretieren Sie die Darstellung als Rabin-Automaten \mathcal{A} und geben sie die Menge \mathcal{F} von akzeptierenden Paaren an, so dass $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \mathcal{L}$.
- (b) Interpretieren Sie die Darstellung als Streett-Automaten \mathcal{B} und geben sie die Menge \mathcal{F} von Fairness Bedingungen an, so dass $\mathcal{L}(\mathcal{B}) = \mathcal{L}$.

Begründen Sie Ihre Wahl der Akzeptanzbedingung!

Aufgabe 2:

(20 Punkte)

Zeigen Sie Satz 4.24 aus der Vorlesung, d.h. zeigen Sie folgende Behauptung:

Seien \mathfrak{A} und \mathfrak{B} zwei NBA's. Dann existiert ein NBA \mathfrak{C} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A}) \cap \mathcal{L}(\mathfrak{B})$.

Aufgabe 3:**(20 Punkte)**

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

Sei \mathfrak{A} ein NFA mit $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\mathfrak{A})$. Sei \mathfrak{B} der NFA aufgefasst als NBA. Dann gilt:

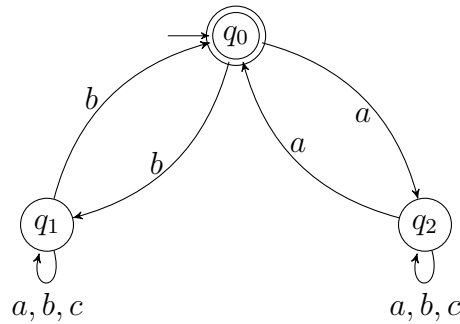
$$\mathcal{L}(\mathfrak{B}) = \mathcal{L}^\omega.$$

Aufgabe 4:**(20 Punkte)**

Sei \mathfrak{A} ein NBA und \mathfrak{B} der DBA, der aus \mathfrak{A} mittels gewöhnlicher Potenzmengenkonstruktion entsteht. Zeigen Sie, dass $\mathcal{L}(\mathfrak{B}) \supseteq \mathcal{L}(\mathfrak{A})$.

Aufgabe 5:**(7 + 13 = 20 Punkte)**

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Betrachten Sie folgenden Büchi-Automaten über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.



Sei \mathfrak{A} der Rabin-Automat der mittels Safra-Konstruktion aus dem Büchi-Automaten entsteht. Geben Sie den Lauf von \mathfrak{A} auf

- (a) dem Wort $w_1 = (abc)^\omega$ und
- (b) dem Wort $w_2 = (abcbac)^\omega$

an. Sie brauchen nur die Safra-Bäume konstruieren, die bei dem jeweiligen Lauf erreicht werden.