

# Automatentheorie

Sommersemester 2025

## Übungsblatt 8

**Zu bearbeiten bis:** 4. Juli 2025, 12:45 Uhr

**Aufgabe 1:** (25 Punkte)

Zeigen Sie Satz 3.79 der Vorlesung, d.h. zeigen Sie folgende Behauptung:

Für jeden NuTA  $\mathfrak{A}$  existiert ein DuTA  $\mathfrak{B}$  mit  $T(\mathfrak{A}) = T(\mathfrak{B})$ .

**Aufgabe 2:** (20 Punkte)

Sei  $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$  ein Alphabet mit Rang, wobei  $\Sigma_0 = \{a, b\}$  und  $a \notin \Sigma_2$ . Zeigen Sie, dass die Baumsprache in Therorem 3.91 tatsächlich regulär ist, d.h. zeigen Sie:

$$T := \{t \in T_\Sigma \mid \text{im } a\text{-Gerüst von } t \text{ haben alle Pfade gerade Länge}\}$$

ist regulär.

**Aufgabe 3:** (10 + 10 + 10 = 30 Punkte)

Zeigen Sie die verbleibenen technischen Lemmas aus der Vorlesung, d.h. zeigen Sie folgende Behauptungen:

- (a) Seien  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  zwei NBA's. Dann existiert ein NBA  $\mathfrak{C}$  mit  $\mathcal{L}(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A}) \cup \mathcal{L}(\mathfrak{B})$ .
- (b) Sei  $\mathfrak{A}$  ein NFA und  $\mathfrak{B}$  ein NBA. Dann existiert ein NBA  $\mathfrak{C}$  mit  $\mathcal{L}(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A})\mathcal{L}(\mathfrak{B})$ .
- (c) Sei  $\mathfrak{A}$  NFA und gelte  $\varepsilon \notin \mathcal{L}(\mathfrak{A})$ . Dann existiert ein NBA  $\mathfrak{B}$  mit  $\mathcal{L}(\mathfrak{B}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A})^\omega$ .

**Aufgabe 4:** (12 + 13 = 25 Punkte)

Betrachten Sie das Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  und die Sprache

$$\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^\omega : \text{Die Anzahl der } c\text{'s in } w \text{ ist endlich und gerade}\}.$$

- (a) Konstruieren Sie einen Büchi-Automaten  $\mathfrak{A}$  mit  $\mathcal{L}(\mathfrak{A}) = \mathcal{L}$ .
- (b) Konstruieren Sie einen (deterministischen) Muller-Automaten  $\mathfrak{B}$  mit  $\mathcal{L}(\mathfrak{B}) = \mathcal{L}$ .