

Automatentheorie

Sommersemester 2025

Übungsblatt 8

Zu bearbeiten bis: 4. Juli 2025, 12:45 Uhr

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Zeigen Sie Satz 3.79 der Vorlesung, d.h. zeigen Sie folgende Behauptung:

Für jeden NuTA \mathfrak{A} existiert ein DuTA \mathfrak{B} mit $T(\mathfrak{A}) = T(\mathfrak{B})$.

Aufgabe 2:

(20 Punkte)

Sei $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$ ein Alphabet mit Rang, wobei $\Sigma_0 = \{a, b\}$ und $a \notin \Sigma_2$. Zeigen Sie, dass die Baumsprache in Theorem 3.91 tatsächlich regulär ist, d.h. zeigen Sie:

$$T := \{t \in T_\Sigma \mid \text{im } a\text{-Gerüst von } t \text{ haben alle Pfade gerade Länge}\}$$

ist regulär.

Aufgabe 3:

(10 + 10 + 10 = 30 Punkte)

Zeigen Sie die verbleibenden technischen Lemmas aus der Vorlesung, d.h. zeigen Sie folgende Behauptungen:

- (a) Seien \mathfrak{A} und \mathfrak{B} zwei NBA's. Dann existiert ein NBA \mathfrak{C} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A}) \cup \mathcal{L}(\mathfrak{B})$.
- (b) Sei \mathfrak{A} ein NFA und \mathfrak{B} ein NBA. Dann existiert ein NBA \mathfrak{C} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A})\mathcal{L}(\mathfrak{B})$.
- (c) Sei \mathfrak{A} NFA und gelte $\varepsilon \notin \mathcal{L}(\mathfrak{A})$. Dann existiert ein NBA \mathfrak{B} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{B}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A})^\omega$.

Aufgabe 4:

(12 + 13 = 25 Punkte)

Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die Sprache

$$\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^\omega : \text{Die Anzahl der } c\text{'s in } w \text{ ist endlich und gerade}\}.$$

- (a) Konstruieren Sie einen Büchi-Automaten \mathfrak{A} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{A}) = \mathcal{L}$.
- (b) Konstruieren Sie einen (deterministischen) Muller-Automaten \mathfrak{B} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{B}) = \mathcal{L}$.