Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Dr. André Frochaux

6. Juni 2025

Automatentheorie

Sommersemester 2025

Übungsblatt 5

Zu bearbeiten bis: *13. Juni 2025, 13:00 Uhr*

Aufgabe 1: (10 + 10 + 10 = 30 Punkte)

Sei $\mathcal{L} = \mathcal{L}(b(a^*bb)^*)$.

(a) Geben Sie den kanonischen Automaten $\mathfrak{A}_\mathcal{L}$ an.

(b) Berechnen Sie das syntaktischen Monoid $T^{\mathfrak{A}_\mathcal{L}}$.

(c) Entscheiden Sie, anhand Ihrer Lösung aus (b), ob die Sprache sternfrei regulär ist.

Begründen Sie in jeder Teilaufgabe, dass Ihre Aussagen richtig sind.

Aufgabe 2: (30 Punkte)

Betrachten Sie die Sprache $\mathcal{L} = \mathcal{L}(b(a|b)^*)$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie, analog zu Beispiel 2.120, den Lauf von Angluin's Lernalgorithmus mit einem Orakel für $\mathcal{L}$ an. Das Orakel gibt hierbei bei Anfragen mit einem Hypothese-DFA immer das lexikographisch kleinste Gegenbeispiel aus (wobei $a < b$ gilt).

Geben Sie (mindestens) die observation table vor jedem Schleifendurchlauf (Zeile 5) und vor jeder Anfrage eines DFA (Zeile 15) an. Geben Sie für jede Anfrage in Zeile 16 Ihren Hypothese-DFA an. Machen Sie deutlich, welche Wörter der Algorithmus beim Orakel erfragt und welche Gegenbeispiele das Orakel ausgibt.

Aufgabe 3: (20 + 20 = 40 Punkte)

Sei $\Sigma := \left\{ \boxed{\begin{matrix}0\\0\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}0\\1\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}1\\1\end{matrix}} \right\}$. Ziel der Aufgabe ist es, zwei Binärzahlen $x = 0x_n \cdots x_0$ und $y = 0y_n \cdots y_0$ zu addieren.

(a) Geben Sie einen Mealy Automaten $\mathfrak{A}$ an, der unter der Eingabe $w = \boxed{\begin{matrix}x_0\\y_0\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}x_1\\y_1\end{matrix}} \cdots \boxed{\begin{matrix}x_n\\y_n\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}0\\0\end{matrix}}$ die Ausgabe $z_0 z_1 \cdots z_{n+1}$ erzeugt, so dass gilt:

$$\begin{array}{r} 0x_n \cdots x_0 \\ +\ 0y_n \cdots y_0 \\ \hline z_{n+1}z_n \cdots z_0 \end{array}$$

(b) Konstruieren Sie, analog zum Beweis aus der Vorlesung, einen Moore Automaten $\mathfrak{B}$, so dass $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ äquivalent sind.

Beachten Sie: Im Gegensatz zur Aufgabe 1 von Blatt 1, beginnen Ein- und Ausgabe mit den letzten Zeichen der Dualzahlen.