

Automatentheorie

Sommersemester 2025

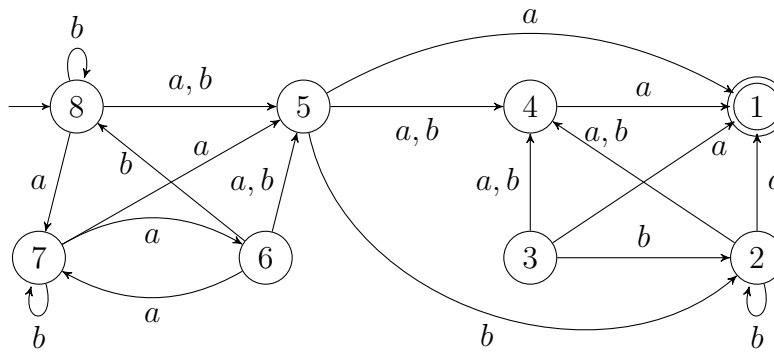
Übungsblatt 4

Zu bearbeiten bis: 6. Juni 2025, 12:45 Uhr

Aufgabe 1:

(20 Punkte)

Konstruieren Sie den Quotienten-NFA $\mathfrak{A}_{/\approx}$ zu folgendem Automaten \mathfrak{A} :¹



Aufgabe 2:

(20 Punkte)

Beweisen Sie folgenden Satz 2.94 aus der Vorlesung:

Die Funktion $h : \Sigma^* \rightarrow \{u^{\mathfrak{A}} : u \in \Sigma^*\}$ mit $h(w) = w^{\mathfrak{A}}$ f.a. $w \in \Sigma^*$ ist ein Monoidhomomorphismus von M_{Σ} nach $T^{\mathfrak{A}}$.

Aufgabe 3:

(20 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei $\mathcal{L}_n = \{ww \mid |w| = n\}$. Konstruieren Sie AFAs \mathfrak{A}_n mit möglichst wenigen Zuständen, so dass $\mathcal{L}(\mathfrak{A}_n) = \mathcal{L}_n$.

Hinweis: Es existieren AFA \mathfrak{A}_n mit $\mathcal{L}(\mathfrak{A}_n) = \mathcal{L}_n$ und $4n + c$ Zuständen für ein $c \in \mathbb{N}_{\geq 1}$.

Aufgabe 4:

(20 Punkte)

Seien \mathfrak{A} und \mathfrak{B} zwei AFA. Geben Sie eine Konstruktion, für einen AFA \mathfrak{C} mit $\mathcal{L}(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}(\mathfrak{A})\mathcal{L}(\mathfrak{B})$ an. Begründen Sie, dass Ihre Konstruktion korrekt ist und schätzen Sie die Anzahl der Zustände von \mathfrak{C} in Abhängigkeit der Anzahl der Zustände von \mathfrak{A} und \mathfrak{B} ab.

Aufgabe 5:

(20 Punkte)

Beweisen Sie folgenden Satz 2.113 aus der Vorlesung:

Für jeden AFA \mathfrak{A} gilt: $\mathcal{L}(\overline{\mathfrak{A}}) = \overline{\mathcal{L}(\mathfrak{A})}$.

¹Die Aufgabe stammt n.m.W. von W. Thomas.