

Automatentheorie

Sommersemester 2024

Übungsblatt 7

Zu bearbeiten bis: 21. Juni 2024, 13:00 Uhr

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Sei $\Sigma = \Sigma_2 \cup \Sigma_0$ mit $\Sigma_0 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{f\}$.

Betrachten Sie den folgenden DbuTA $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \Delta, F)$, mit:

- $Q = \{q_a, q_b, q_{aa}, q_{ab}, q_{ba}, q_{bb}\}$, $F = \{q_{aa}\}$ und
- δ :

$$\delta(a) = q_a \quad \delta(b) = q_b$$

und für $\delta(x, y, f)$:

$x \setminus y$	q_a	q_b	q_{aa}	q_{ab}	q_{ba}	q_{bb}
q_a	q_{aa}	q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}
q_b	q_{ba}	q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}
q_{aa}	q_{aa}	q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}
q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}	q_{aa}	q_{ab}
q_{ba}	q_{ba}	q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}
q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}	q_{ba}	q_{bb}

Minimieren Sie \mathcal{A} , analog zum Beispiel der Vorlesung.

Aufgabe 2:

(25 Punkte)

Sei $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$ mit $\Sigma_0 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{f\}$.

Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Baumsprachen an:

- (a) $T_a = \{t \in T_\Sigma \mid \text{die Höhe des Baumes } t \text{ ist mindestens } 2 \}$
- (b) $T_b = \{t \in T_\Sigma \mid \text{alle Blätter des Baumes } t \text{ haben gerade Höhe} \}$
- (c) $T_c = \{t \in T_\Sigma \mid \text{die Blattbeschriftung von } t, \text{ von links nach rechts gelesen, hat den Infix } ba \}$

Aufgabe 3:**(25 Punkte)**

Sei $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$ mit $\Sigma_0 = \Sigma_2 = \{0, 1\}$. Welche Baumsprachen beschreiben die folgenden regulären Ausdrücke?

$$(a) \left[\left(\left(\begin{array}{c} 0 \\ / \quad | \quad \backslash \\ c_1 \quad c_0 \quad c_1 \end{array} \right)^{*c_0} \right)^{c_0} 0 \right]^{c_1} 1$$

$$(b) \left(\begin{array}{c} 0 \\ / \quad \backslash \\ c_0 \quad c_0 \end{array} \right)^{*c_0} \left[\begin{array}{c} 1 \\ / \quad \backslash \\ c_1 \quad c_1 \end{array} \right]^{c_0} \left[\begin{array}{c} 0 \\ / \quad \backslash \\ c_0 \quad c_0 \end{array} \right)^{*c_0} \left. \right]^{c_1} 0$$

Aufgabe 4:**(25 Punkte)**

Sei $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$ mit $\Sigma_0 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{f\}$.

Betrachten Sie die Baumsprache T_1 und T_2 :

$$T_1 := \left\{ t \in T_\Sigma \mid \begin{array}{l} \text{der ganz linke Blattknoten ist mit einem } a \text{ und} \\ \text{der ganz rechte Blattknoten ist mit einem } b \text{ beschriftet} \end{array} \right\}$$

$$T_2 := \left\{ t \in T_\Sigma \mid \begin{array}{l} \text{in der Blattbeschriftung von } t \text{ gibt es, von links} \\ \text{nach rechts gelesen, ein } a \text{ direkt vor eine } b \end{array} \right\}$$

Geben Sie einen MSO-Satz φ_i für $i \in [2]$ über der Signatur σ_Σ an, so dass gilt $\varphi_i(T) = T_i$. Erläutern Sie, warum Ihre Sätze die richtige Baumsprache definiert.