

Automatentheorie

Sommersemester 2024

Übungsblatt 6

Zu bearbeiten bis: 14. Juni 2024, 13:00 Uhr

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Verwenden Sie Angluin's Algorithmus, wie in der VL vorgestellt, um die folgende Sprache zu lernen:

$$\mathcal{L} = \left((a|b)^* a (bb)^* \right) | (bb)^+$$

Geben Sie den observation table vor jedem Schleifendurchlauf (Zeile 5) und vor jeder Anfrage eines DFA (Zeile 15) an. Geben Sie für jede Anfrage in Zeile 16 Ihren Hypothese-DFA an.

Falls die Anfrage negativ beantwortet wird, gehen Sie vom kleinsten Gegenbeispiel bzgl. folgender Ordnung auf Wörtern aus:

Für zwei Worte w_1 und w_2 gilt:

- $w_1 < w_2$, falls $|w_1| < |w_2|$,
- $w_1 < w_2$, falls $|w_1| = |w_2|$ und $w_1 <_{\text{lex}} w_2$.

Das bedeutet, dass Wörter in erster Linie nach ihrer Wortlänge geordnet sind und gleichlange Wörter entsprechend der lexikographischen Ordnung, also in der Reihenfolge, wie sie im Lexikon vorkommen würden.

Definition: Sei Σ ein Alphabet mit Rang. Für einen Baum $t \in T_\Sigma$ sei die *Blattbeschriftung* von t , das Wort $w \in \Sigma_0^*$, welches sich ergibt, wenn die Beschriftungen der Blätter des Baumes von links nach rechts gelesen werden.

Aufgabe 2:

(25 Punkte)

Sei $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$ mit $\Sigma_0 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{f\}$.

Betrachten Sie die folgenden Baumsprachen T_1, \dots, T_4 und entscheiden sie zu jeder, ob diese regulär ist oder nicht. Für jedes $i \in [4]$, geben Sie einen Baumautomaten \mathfrak{A}_i mit $T(\mathfrak{A}_i) = T_i$ an, falls die Sprache T_i regulär ist, andernfalls zeigen Sie mit den Mitteln der Vorlesung, dass die Sprache T_i nicht regulär ist.

- (a) $T_1 = \{t \in T_\Sigma \mid \text{alle Blätter in } t \text{ besitzen gerade Höhe}\}$,
- (b) $T_2 = \{t \in T_\Sigma \mid \text{alle Blätter in } t \text{ besitzen gleiche Höhe}\}$,
- (c) $T_3 = \{t \in T_\Sigma \mid \text{in der Blattbeschriftung von } t \text{ wechseln sich die Buchstaben } a \text{ und } b \text{ ab}\}$
und
- (d) $T_4 = \{t \in T_\Sigma \mid \text{die Blattbeschriftung von } t \text{ ist ein Wort aus } \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}\}$.

Aufgabe 3:**(25 Punkte)**

Sei $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_2$ mit $\Sigma_0 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{f\}$.

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen T_1 und T_2 NtdTA \mathfrak{A}_1 und \mathfrak{A}_2 an, so dass $T(\mathfrak{A}_1) = T_1$ und $T(\mathfrak{A}_2) = T_2$.

$$(a) T_1 = \left\{ t \in T_\Sigma \mid \begin{array}{l} \text{alle Blätter in } t \text{ sind ausschließlich mit } a\text{'s} \\ \text{oder ausschließlich mit } b\text{'s beschriftet.} \end{array} \right\}$$

$$(b) T_2 = \left\{ t \in T_\Sigma \mid \begin{array}{l} \text{es gibt zwei Blätter } u \text{ und } v \text{ von } t, u \text{ ist mit } a \text{ beschriftet,} \\ v \text{ ist mit } b \text{ beschriftet und } u \text{ liegt links von } v \end{array} \right\}$$

Aufgabe 4:**(25 Punkte)**

Sei \mathcal{T} die Klasse, der von deterministischen Top-down-Baumautomaten erkannten Sprachen.

Beweisen, oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen.

(a) \mathcal{T} ist unter Schnitt abgeschlossen.

(b) \mathcal{T} ist unter Vereinigung abgeschlossen.