Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Dr. André Frochaux

26. April 2024

Automatentheorie

Sommersemester 2024

Übungsblatt 1

Zu bearbeiten bis: *3. Mai 2024, 13:00 Uhr*

Aufgabe 1: (20 Punkte)

Gegeben sei das folgende Eingabealphabet

$$\Sigma := \left\{ \begin{array}{|c|}\hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 0\\ 0\\ \hline 1\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 0\\ 1\\ \hline 0\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 0\\ 1\\ \hline 1\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\ 0\\ \hline 0\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\ 0\\ \hline 1\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\ 1\\ \hline 0\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\ 1\\ \hline 1\\ \hline\end{array} \right\}.$$

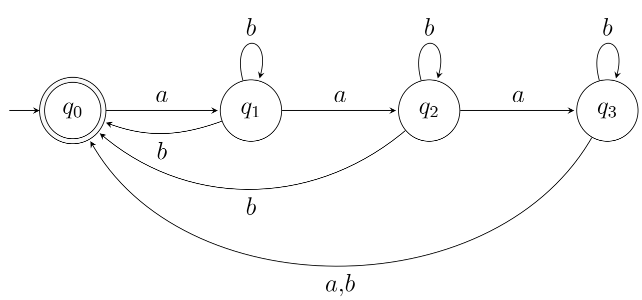
Geben Sie einen DFA A an, der ein Wort w aus Σ^* genau dann akzeptiert, wenn w eine korrekte Addition zweier Dualzahlen $[n]_2$ und $[m]_2$ mit $n, m \in \mathbb{N}$ darstellt und begründen sie kurz, warum die von Ihrem Automaten akzeptierte Sprache die richtige ist.[1] So ist beispielsweise $w \in L(A)$ für

$$w = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ \hline 1 & 1 & 0 & 0\\ \hline\end{array} \quad \text{, weil} \quad \begin{array}{rrcr} & 0101 & = & [5]_2\\ + & 0111 & = & [7]_2\\ \hline & 1100 & = & [12]_2 \end{array} \quad .$$

Hinweis: Beachten Sie, dass ein endlicher Automat jedes Eingabewort von links nach rechts liest. Begründen Sie kurz, warum der von Ihnen angegebene DFA die verlangte Sprache akzeptiert.

Aufgabe 2: (30 Punkte)

Sei der NFA $\mathfrak{A}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ durch folgende Grafik gegeben:



(a) Wandeln Sie den NFA $\mathfrak{A}$ mittels Potenzmengenkonstruktion in einen äquivalenten DFA $\mathfrak{B}$ um und dokumentieren Sie dabei nachvollziehbar die Zwischenschritte.

(b) Geben Sie einen endlichen Automaten $\mathfrak{A}'$ an, so dass gilt $\mathcal{L}(\mathfrak{A}') = \Sigma^* \setminus \mathcal{L}(\mathfrak{A})$.

[1] $[n]_2 := z_l z_{l-1} \cdots z_0$, wobei $z_i \in \{0, 1\}$ für $0 \leq i \leq l$ mit $l \in \mathbb{N}$ ist und $n = \sum_{i=0}^{l} z_i \cdot 2^i$.

Aufgabe 3: **(25 Punkte)**
Beweisen Sie die aus der Vorlesung bekannte Aussage:

Das Äquivalenzproblem für NFA's ist entscheidbar und PSPACE-vollständig.

Aufgabe 4: **(25 Punkte)**
Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

Sei Σ ein Alphabet. Dann existiert ein FO[σ_Σ]-Satz φ, so dass auf *allen* σ_Σ-Strukturen $\mathcal{A}$ gilt:

$$\mathcal{A} \models \varphi \qquad \Longleftrightarrow \qquad \mathcal{A} \text{ ist eine Wortstruktur.}$$

*B*emerkung: Falls die Aussage wahr ist, bedeutet dies, dass die Eigenschaft eine Wortstruktur zu sein, FO-definierbar ist.