Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

9. Mai 2023

Logik und Komplexität

Sommersemester 2023

Übungsblatt 3

Zu bearbeiten bis 16. Mai 2023

Aufgabe 1: **(25 Punkte)**

Sei Σ ein endliches Alphabet. Ist das folgende Problem entscheidbar? Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

ENDLICHES ERFÜLLBARKEITSPROBLEM FÜR MSO$[\sigma_\Sigma]$ AUF WORTEN
Eingabe: Ein MSO$[\sigma_\Sigma]$-Satz φ.
Frage: Gibt es ein $w \in \Sigma^+$, so dass $\mathcal{A}_w \models \varphi$?

Aufgabe 2: **($13 + 12 = 25$ Punkte)**

Beweisen Sie die Aussagen (b) und (d) aus Lemma 2.14 der Vorlesung, d.h. konstruieren Sie die gesuchten nichtdeterministischen endlichen Automaten $\mathbb{A}_{le(X_i,X_j)}$ und $\mathbb{A}_{symb_a(X_i)}$.

Aufgabe 3: **(25 Punkte)**

Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma := \{0, 1, a, b, c, d\}$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Die Sprache $L := \{0(ac)^m(bd)^n1 \mid m, n \in \mathbb{N}_{\geqslant 1}\}$ ist MSO-definierbar.

(b) Die Sprache $M := \{0(ac)^n(bd)^n1 \mid n \in \mathbb{N}_{\geqslant 1}\}$ ist MSO-definierbar.

(c) Die Klasse aller Graphen, die einen Spannbaum mit Maximalgrad $\leqslant 3$ besitzen, ist MSO-definierbar. D.h.: Es gibt einen MSO$[\sigma_{Graph}]$-Satz φ, sodass für alle endlichen ungerichteten Graphen G und die zu G gehörige σ_{Graph}-Struktur $\mathcal{A}$ gilt: $\mathcal{A} \models \varphi \iff G$ besitzt einen Spannbaum vom Maximalgrad $\leqslant 3$.

Hinweis: Sie können ähnlich vorgehen wie beim Beweis von Satz 2.17 und als Grundlage hierzu z.B. Teilaufgabe **(b)** verwenden.

Aufgabe 4: **(25 Punkte)**

Sei Σ ein (nicht-leeres) endliches Alphabet.
Zeigen Sie: Jede reguläre Baumsprache $L \subseteq T_\Sigma$ ist EMSO-definierbar.