

Einführung in die formale Logik für IMP

Sommersemester 2022

Übungsblatt 9

Abgabe: bis 27. Juni 2022, 10.00 Uhr über Moodle

Aufgabe 1:

(30 Punkte)

Betrachten Sie die Kinodatenbank \mathcal{D} aus der Vorlesung (Skript, Abschnitt 3.6).

- (a) Geben Sie für die folgenden Anfragen jeweils eine $\text{FO}[\sigma_{\text{KINO}}]$ -Formel φ und ein Variablentupel (x_1, \dots, x_n) mit $\text{frei}(\varphi) \subseteq \{x_1, \dots, x_n\}$ an, die die Anfrage beschreiben. Berechnen Sie jeweils auch die Relation $\llbracket \varphi(x_1, \dots, x_n) \rrbracket^{\mathcal{D}}$.
- (i) Geben Sie alle Schauspieler aus, die in mindestens einem Film mitspielen, in dem George Clooney mitspielt.
- (ii) Geben Sie Titel und Regisseur aller Filme aus, die in genau einem Kino laufen.
- (b) Geben Sie umgangssprachlich an, welche Anfragen durch die Formeln φ_1 und φ_2 beschrieben werden.

(i) $\varphi_1(x) \quad := \exists x_Z R_{\text{Prog}}(x, \text{'Alien'}, x_Z)$

(ii) $\varphi_2(x_1, x_2) \quad := \exists x_A \exists x_T (R_{\text{Kino}}(x_1, x_A, x_2, x_T) \wedge \exists x_R \exists x_S R_{\text{Film}}(x_1, x_R, x_S))$

Aufgabe 2:

(30 Punkte)

- (a) Sei die Signatur $\sigma := \{E, f\}$. Hierbei ist E ein 2-stelliges Relationssymbol und f ein 1-stelliges Funktionssymbol. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt, welche nicht? (Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.)

(i) $\forall x \exists y f(x)=y \equiv \exists y \forall x f(x)=y$

(ii) $\forall x \forall y (E(x, y) \rightarrow E(y, x)) \equiv \forall y \forall x (\neg E(y, x) \rightarrow \neg E(x, y))$

(iii) $\exists x \exists y f(x)=y \equiv \forall x \exists y ((x=y \vee E(x, y)) \rightarrow \exists z (z=y \vee E(z, y)))$

- (b) Welche der folgenden Aussagen sind für alle Signaturen σ und alle $\text{FO}[\sigma]$ -Formeln φ und ψ korrekt, welche nicht? (Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.)

(i) $(\forall x \varphi \wedge \forall x \psi) \equiv \forall x (\varphi \wedge \psi)$

(iii) $(\exists x \varphi \wedge \exists x \psi) \equiv \exists x (\varphi \wedge \psi)$

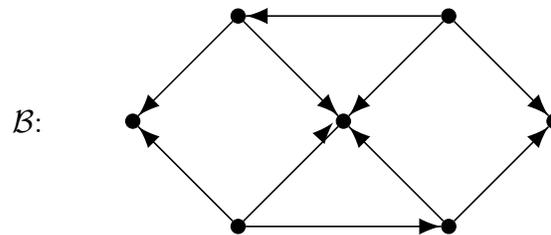
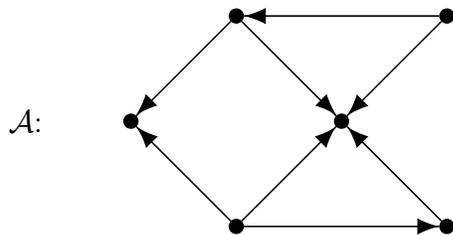
(ii) $(\forall x \varphi \vee \forall x \psi) \equiv \forall x (\varphi \vee \psi)$

(iv) $(\exists x \varphi \vee \exists x \psi) \equiv \exists x (\varphi \vee \psi)$

- (c) Beweisen Sie, dass ihre Antworten zu (ii) und (iv) in Aufgabenteil (b) korrekt sind.

Aufgabe 3:**(40 Punkte)**

Sei $\sigma := \{E/2\}$. Betrachten Sie die folgenden gerichteten Graphen \mathcal{A} und \mathcal{B} :



Welches ist das kleinste m , so dass Spoiler eine Gewinnstrategie im m -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel auf \mathcal{A} und \mathcal{B} hat? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie eine Gewinnstrategie für Spoiler im m -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel und eine Gewinnstrategie für Duplicator im $(m-1)$ -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel beschreiben.