

Einführung in die formale Logik für IMP

Sommersemester 2022

Übungsblatt 5

Abgabe: bis 30. Mai 2022, 10.00 Uhr über Moodle

Aufgabe 1:

(70 Punkte)

(a) Betrachten Sie die Klauselmeng

$$\Gamma := \{ \{F\}, \{\neg F, \neg P_1\}, \{F, P_1\}, \{\neg P_1, \neg P_2, P_3\}, \{P_1, P_2\}, \{P_1, \neg P_3\}, \\ \{\neg P_2, Q\}, \{\neg P_2, S\}, \{\neg Q, \neg S, P_2\}, \{\neg P_3, Q, \neg S\}, \{P_3, S\}, \{P_3, \neg Q\} \}$$

wobei F, P_1, P_2, P_3, Q, S paarweise verschiedene Aussagensymbole aus AS sind. Geben Sie für Γ eine Resolutionswiderlegung an. Gehen Sie analog zu Beispiel 2.57 vor und wählen entweder die graphische Darstellung oder die Resolutionswiderlegung als Auflistung mit rechtsseitigen Begründungen.

(b) Betrachten Sie die Klauselmeng

$$\Gamma' := \Gamma \setminus \{ \{\neg P_3, Q, \neg S\}, \{\neg P_2, Q\} \} \\ = \{ \{F\}, \{\neg F, \neg P_1\}, \{F, P_1\}, \{\neg P_1, \neg P_2, P_3\}, \{P_1, P_2\}, \{P_1, \neg P_3\}, \\ \{\neg P_2, S\}, \{\neg Q, \neg S, P_2\}, \{P_3, S\}, \{P_3, \neg Q\} \}$$

Geben Sie für Γ' ein Modell oder eine Resolutionswiderlegung an. Bei einer Resolutionswiderlegung beachten Sie bitte die Hinweise in Teilaufgabe (a).

(c) Beweisen Sie per Induktion über die Länge von Resolutionsableitungen, dass für alle Klauselmengen Γ und alle Klauseln δ gilt: $\Gamma \vdash_R \delta \implies \Gamma \models \delta$.

(d) Gilt die Umkehrung der Aussage aus Aufgabenteil (c), d.h. gilt für alle Klauselmengen Γ und alle Klauseln δ : $\Gamma \models \delta \implies \Gamma \vdash_R \delta$? Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

Aufgabe 2:

(30 Punkte)

Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der bei Eingabe einer Formel $\varphi \in \text{AL}$, die in DNF ist, entscheidet, ob φ erfüllbar ist oder nicht.

Erläutern Sie, warum Ihr Algorithmus die korrekte Ausgabe liefert und weshalb Sie ihn dem Wahrheitstafelalgorithmus vorziehen würden. Je schlechter die Laufzeit Ihres Algorithmus im Vergleich zu dem besten uns bekannten Algorithmus ist, desto weniger Punkte bekommen Sie für Ihre Lösung.

Hinweis: Orientieren Sie sich für die Beschreibung Ihres Algorithmus' an der Notation des Wahrheitstafel- bzw. des Resolutionsalgorithmus auf Seite 90 des Skripts.