

Logik und Komplexität

Sommersemester 2020

Übungsblatt 8

Zu bearbeiten bis 23. Juni 2020

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die asymptotische Wahrscheinlichkeit $\mu(\mathbf{P} \mid \text{UG})$ für die Klasse \mathbf{P} aller planaren ungerichteten Graphen.

Aufgabe 2:

Diese Aufgabe ist zur Abgabe vorgesehen

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:

- (a) $\text{FO}[\sigma_{\{a,b\}}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller Wortstrukturen \mathcal{A}_w mit $w \in \{a, b\}^+$.
- (b) $\text{MSO}[\{\leq\}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller endlichen linearen Ordnungen.
- (c) $\text{FO}[\{\leq\}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller endlichen linearen Ordnungen.
- (d) Es gibt eine unter Isomorphie abgeschlossene Klasse \mathbf{S} von ungerichteten Graphen, so dass $\text{FO}[\{E\}]$ kein 0-1-Gesetz bezüglich \mathbf{S} besitzt.

Aufgabe 3:

Beweisen Sie Teil (a) von Lemma 4.10 der Vorlesung, d.h. zeigen Sie, dass für jede endliche relationale Signatur σ , für alle $\ell \in \mathbb{N}$ und alle $F \subseteq \Delta_{\ell+1}^\sigma$ gilt:

$$\mu(\text{EA}_{\ell,F} \mid \text{ALL}(\sigma)) = 1.$$

Aufgabe 4:

Beweisen Sie Teil (b) von Lemma 4.10 der Vorlesung, d.h. zeigen Sie, dass für jede endliche relationale Signatur σ , jedes $k \geq 1$ und alle σ -Strukturen \mathcal{A}, \mathcal{B} , die jedes Erweiterungsaxiom $\text{EA}_{\ell,F}$ mit $\ell \leq k$ und $F \subseteq \Delta_{\ell+1}^\sigma$ erfüllen, gilt: \mathcal{A} und \mathcal{B} erfüllen die gleichen $\text{FO}[\sigma]$ -Sätze vom Quantorenrang $\leq k$.