Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

19. Juni 2018

Logik und Komplexität

Sommersemester 2018

Übungsblatt 8

Zu bearbeiten bis 26. Juni 2018

Aufgabe 1: **(24 Punkte)**

Berechnen Sie die asymptotische Wahrscheinlichkeit $\mu(\mathrm{P} \,|\, \mathrm{UG})$ für die Klasse P aller planaren ungerichteten Graphen.

Aufgabe 2: **($7 + 7 + 7 + 7 = 28$ Punkte)**

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:

(a) $\mathrm{FO}[\sigma_{\{a,b\}}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller Wortstrukturen $\mathcal{A}_w$ mit $w \in \{a,b\}^+$.

(b) $\mathrm{MSO}[\{\leqslant\}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller endlichen linearen Ordnungen.

(c) $\mathrm{FO}[\{\leqslant\}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller endlichen linearen Ordnungen.

(d) Es gibt eine unter Isomorphie abgeschlossene Klasse S von ungerichteten Graphen, so dass $\mathrm{FO}[\{E\}]$ kein 0-1-Gesetz bezüglich S besitzt.

Aufgabe 3: **(24 Punkte)**

Beweisen Sie Teil (a) von Lemma 4.10 der Vorlesung, d.h. zeigen Sie, dass für jede endliche relationale Signatur σ, für alle $\ell \in \mathbb{N}$ und alle $F \subseteq \Delta^{\sigma}_{\ell+1}$ gilt:

$$\mu(\mathrm{EA}_{\ell,F} \,|\, \textsc{All}(\sigma)) = 1.$$

Aufgabe 4: **(24 Punkte)**

Beweisen Sie Teil (b) von Lemma 4.10 der Vorlesung, d.h. zeigen Sie, dass für jede endliche relationale Signatur σ, jedes $k \geqslant 1$ und alle σ-Strukturen $\mathcal{A}, \mathcal{B}$, die jedes Erweiterungsaxiom $\mathrm{EA}_{\ell,F}$ mit $\ell \leqslant k$ und $F \subseteq \Delta^{\sigma}_{\ell+1}$ erfüllen, gilt: $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ erfüllen die gleichen $\mathrm{FO}[\sigma]$-Sätze vom Quantorenrang $\leqslant k$.