

Die hier aufgeführten beispielhaften Fragen können so in einer mündlichen Prüfung vorkommen. Sie sollen Ihnen einen Anhaltspunkt geben, mit welcher Art Fragen Sie rechnen sollten. Die Prüfung wird allerdings **nicht ausschließlich** aus diesen Fragen bestehen.

Aufbauend auf diese Fragen wird sich durch Anschlussfragen ein vertiefendes Gespräch entwickeln: auf ja/nein Fragen folgt dann meist die Frage nach einer Begründung oder Beweisidee. An dieser Stelle ist es wichtig, dass Sie in der Lage sind, die Kernideen komplexer Beweise zu skizzieren (Welche Aussagen werden benötigt? Wie bauen die Argumente aufeinander auf?). Zur Unterstützung Ihrer Ausführungen haben Sie in der Prüfung ausreichend weißes Papier zur Verfügung. Im Anschluss werden wir dann auf einzelne Aspekte in der Argumentation detaillierter eingehen.

## 1 Beweissysteme

- Was ist ein Beweissystem?
- Was bedeutet es, wenn ein Beweissystem ein anderes p-simuliert?
- Geben Sie zwei Beweissysteme  $X, Y$  an, sodass „ $X$  p-simuliert  $Y$ “ aber nicht „ $Y$  p-simuliert  $X$ “ gilt.

## 2 Resolution

- Ist Resolution mit/ohne Weakening-Regel ableitungsvollständig?
- Kann der Resolutionskalkül ohne Weakening-Regel den Resolutionskalkül mit Weakening-Regel p-simulieren?
- Was ist der Zusammenhang zwischen Resolution und dem DPLL Algorithmus?
- Was ist der Zusammenhang zwischen Resolution, baumartiger Resolution und regulärer Resolution?

### 2.1 baumartige Resolution

- Welche Techniken kennen Sie, um untere Schranken an die Länge baumartiger Resolutionswiderlegungen zu zeigen?
- Welche Klauselmengen haben Resolutionswiderlegungen polynomieller Länge, benötigen aber baumartige Widerlegungen exponentieller Länge? Welche Aussagen brauchen wir für den Beweis und wie setzen Sie sich zusammen?
  - Was ist der Black-Pebble-Preis für Pyramiden der Höhe  $h$ ?
  - Wie zeigt man eine untere Schranke an die Tiefe für Pebbleformeln?
  - Was ist "XOR-Substitution"? Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen Resolutionstiefe und der Länge baumartiger Resolutionswiderlegungen auf XOR-substituierten Klauselmengen.
- Was ist der Zusammenhang zwischen Länge und Weite baumartiger Resolutionswiderlegungen?
- Wie kann man diesen Zusammenhang nutzen, um exponentielle untere Schranken an die Länge baumartiger Resolutionswiderlegungen von  $PHP_n^{n+1}$  zu zeigen?

### 2.2 untere Schranken für Resolution

- Was ist der Zusammenhang zwischen Länge und Weite von Resolutionswiderlegungen?
- Wie kann man diesen Zusammenhang nutzen, um exponentielle untere Schranken an die Länge von Resolutionswiderlegungen von G-PHP zu zeigen?
  - Was sind (Boundary)-Expander und wie kann man ihre Existenz nachweisen?
  - Wie zeigt man eine untere Schranke an die Weite von Resolutionswiderlegungen von G-PHP?
- Wie folgt daraus eine exponentielle untere Schranke für  $PHP_n^{n+1}$ ?

### 3 Cutting Planes

- Was ist der Cutting-Plane-Kalkül und wie kann er Resolution p-simulieren?
- Kann Resolution den Cutting-Plane-Kalkül p-simulieren?
- Welche Technik kennen Sie, um untere Schranken im Cutting-Plane-Kalkül zu zeigen?
- Was ist ein monotoner reeller Schaltkreis?
- Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen monotonen reellen Schaltkreisen und Widerlegungen im Cutting-Plane-Kalkül.
- Geben Sie ein Beispiel für eine Funktion an, die keine monotonen reellen Schaltkreise polynomieller Größe besitzt und erläutern Sie, wie man damit zeigen kann, dass der Cutting-Plane-Kalkül nicht p-beschränkt ist.

### 4 Algebraische Beweissysteme

#### 4.1 Nullstellensatz

- Was ist der Nullstellensatz-Kalkül und warum ist er ein vollständiges und korrektes Beweissystem?
- Sei  $F$  eine  $k$ -KNF mit  $n$  Variablen und  $d > k$ . Wie kann man Nullstellensatzwiderlegungen vom Grad  $d$  in Zeit  $n^{O(d)}$  finden?
- Wie ist der Zusammenhang zwischen Weite einer Resolutionswiderlegung, Grad einer Nullstellensatzwiderlegung und Grad einer Widerlegung im Polynomkalkül?
- Beweisen Sie eine untere Schranke an den Widerlegungsgrad von Pebbleformeln im Nullstellensatz-Kalkül.

#### 4.2 Polynomkalkül

- Was ist der Polynomkalkül und warum ist er ein vollständiges und korrektes Beweissystem?
- Simuliert der Polynomkalkül Resolution?
- Wie kann man Polynomkalkülwiderlegungen vom Grad  $d$  in Polynomialzeit finden?
- Welche Eigenschaft hat eine mit dem Algorithmus gefundene Widerlegung, wenn alle Ausgangspolynome Binome sind?
- Welche Klauselmengen benötigen Polynomkalkülwiderlegungen exponentieller Größe? Welche Aussagen brauchen wir für den Beweis und wie setzen Sie sich zusammen?
  - Was ist der Gauß-Kalkül?
  - Wie kann man eine lineare untere Schranke an die Weite von Widerlegungen im Gauß-Kalkül zeigen?
  - Wie folgt daraus eine untere Schranke an den Grad im Polynomkalkül?
  - Was ist der Zusammenhang zwischen Grad und Größe von Ableitungen im Polynomkalkül?

### 5 Sum-of-Squares

- Was ist eine SOS-Widerlegung vom Grad  $d$ ?
- Haben alle unerfüllbaren 3-KNF mit  $n$  Variablen eine SOS-Widerlegung vom Grad  $n$ ?
- Haben alle unerfüllbaren 3-KNF mit  $n$  Variablen eine SOS-Widerlegung vom Grad  $\sqrt{n}$ ?
- Wie kann man SOS-Widerlegungen algorithmisch finden?
- Wie ist der Zusammenhang zwischen Weite einer Resolutionswiderlegung, Grad einer Nullstellensatzwiderlegung und Grad einer SOS-Widerlegung?
- Beweisen Sie eine lineare untere Schranke an den Grad einer SOS-Widerlegung von 3-KNF.