

# Titel der Seminausarbeitung

von

Name des Vortragenden/Autors

## Zusammenfassung

Hier besteht die Möglichkeit, eine kurze Zusammenfassung der Ausarbeitung zu geben.

## 1 Einleitung

Dieses Template soll eine Hilfestellung für die Seminausarbeitung in  $\text{\LaTeX}$  sein. Um eine Ausarbeitung basierend auf diesem Template zu erstellen, kann die Datei `Vorlage.tex` mit einem beliebigen Texteditor bearbeitet werden.

Ist eine lauffähige  $\text{\LaTeX}$ -Umgebung installiert, erzeugt ein Aufruf von `latex Vorlage.tex` aus der Datei `Vorlage.tex` die Datei `Vorlage.dvi`. Dafür ist es wichtig, dass sich die Datei `SeminarAusarbeitung.cls` im gleichen Verzeichnis befindet wie die `.tex`-Datei. Aus der `.dvi`-Datei können dann Programme wie `dvips` oder `dvipdf` eine Postscript- oder PDF-Datei erzeugen.

Als empfehlenswerte Alternative erzeugt das Programm `pdflatex` durch den Aufruf von `pdflatex Vorlage.tex` ohne Umweg die Datei `Vorlage.pdf`. Auch hierbei ist es nötig, dass die Datei `SeminarAusarbeitung.cls` im gleichen Verzeichnis wie die `.tex`-Datei liegt.

Eine Einführung zu  $\text{\LaTeX}$  mit Links zu benötigten Programmen (wie `latex` und `pdflatex`), Tutorials, weiterführender Literatur und Befehlsreferenzen finden Sie unter dem entsprechenden Wikipedia-Artikel [1]. Besonders für  $\text{\LaTeX}$ -Anfänger geeignet ist die Einführung der Deutschsprachigen Anwendervereinigung TeX e.V DANTE unter [2].

## 2 Zwei Resultate in $\text{\LaTeX}$ gesetzt

Dieser Teil ist in zwei Unterkapitel geteilt, die jeweils ein Beispiel zur Formulierung von mathematischen Aussagen enthalten.

### 2.1 Eine nicht-reguläre Sprache

Wir wiederholen ein Ergebnis aus Kapitel I.2 des Buchs von Howard Straubing [3] und verfassen dies als folgendes Lemma:

**Lemma 1.** *Die Sprache  $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  ist nicht regulär.*

*Beweis.* Wir führen einen Beweis durch Widerspruch. Angenommen,  $L$  wäre regulär. Dann wird  $L$  durch einen deterministischen endlichen Automaten  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  erkannt. Für  $m := |Q|$  betrachte den Lauf von  $\mathcal{A}$  bei Eingabe des Worts  $w := a^m b^m$ . Sei  $q_0, q_1, q_2, \dots, q_{2m}$  die Folge von Zuständen, die  $\mathcal{A}$  beim Verarbeiten des Worts  $w$  durchläuft. Wegen  $w \in L$  ist  $q_{2m} \in F$ . Wegen  $|Q| = m$  muss es zwei Indizes  $i, j$  mit  $0 \leq i < j \leq m$  geben, so dass  $q_i = q_j$  ist. Dann ist  $q_0, \dots, q_i, q_{j+1}, \dots, q_{2m}$  die Folge von Zuständen, die  $\mathcal{A}$  beim Verarbeiten des Worts  $w' := a^{m-(j-i)} b^m$  durchläuft. Wegen  $q_{2m} \in F$  wird das Wort  $w'$  also von  $\mathcal{A}$  akzeptiert. Aber wegen  $0 \leq i < j \leq m$  ist  $0 \leq m - (j - i) < m$ , und daher ist  $w' \notin L$ . Widerspruch!  $\square$

## 2.2 Existenz eines idempotenten Elementes

Als zweites Beispiel geben wir einen Ausschnitt aus Kapitel I.3 von [3] an.

**Definition 2.** Ein Element  $e$  einer Semigruppe heißt *idempotent*, wenn  $e^2 = e$  gilt.

Wir können nun folgenden Satz formulieren:

**Satz 3.** Ist  $S$  eine endliche Semigruppe und  $s \in S$ , dann existiert ein  $k > 0$ , so dass  $s^k$  idempotent ist.

*Beweis.* Da  $S$  endlich ist, enthält die Sequenz

$$s, s^2, s^3, s^4, s^5, \dots$$

nur endlich viele verschiedene Elemente. Deshalb müssen  $p, q > 0$  existieren mit  $s^p = s^{p+q}$ . Wir wählen ein  $r \geq 0$ , so dass  $p + r \equiv 0 \pmod{q}$ . Dann muss für ein  $m \geq 0$  gelten, dass

$$(s^{p+r})^2 = s^{p+mq+r} = s^{p+r},$$

womit  $s^{p+r}$  idempotent ist. □

## 3 Abschließende Bemerkungen

In diesem Template haben wir die Umgebungen LEMMA, BEWEIS, DEFINITION und SATZ benutzt, die jeweils in der Datei `SeminarAusarbeitung.cls` definiert sind. Dort sind noch weitere Umgebungen wie PROPOSITION und BEISPIEL definiert, die Sie ebenfalls benutzen können, genauso, wie Sie neue Umgebungen definieren können.

Für das Literaturverzeichnis haben wir die THEBIBLIOGRAPHY-Umgebung benutzt, die von L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X standardmäßig bereit gestellt wird. Eine andere Möglichkeit zur Erstellung von Literatur-Verzeichnissen bietet das BibTex-Paket, siehe auch dazu [1, 2].

Die Datei `SeminarAusarbeitung.cls` definiert außerdem das Aussehen des Kopfes der Ausarbeitung und einige hilfreiche Makros. Mit diesen und den in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X vordefinierten Makros kann eine Vielzahl von Symbolen erzeugt werden, beispielsweise:

$$\mathbb{N}, \mathbb{N}_{\geq 1}, \mathbb{Z}, \emptyset, \subset, \subseteq, \cup, \cap, \times, \mathcal{P}(A), A^*, A^+, \wedge, \vee, \neg, \leftrightarrow, \rightarrow, \exists, \forall, \models, \varphi, \psi, \equiv, \bigwedge_{i=1}^n, \bigvee_{i=1}^n, \sum_{i=1}^n$$

Den Inhalt der Datei `SeminarAusarbeitung.cls` können Sie mit einem Texteditor betrachten und verändern.

## Literatur

- [1] <http://de.wikipedia.org/wiki/LaTeX>, Version vom 11.02.2016
- [2] <http://www.dante.de/tex/TeXAnfaenger.html>, Version vom 11.02.2016
- [3] Howard Straubing: *Finite Automata, Formal Logic, and Circuit Complexity*. Birkhäuser, 1994.