Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

9. Juni 2015

Logik und Komplexität

Sommersemester 2015

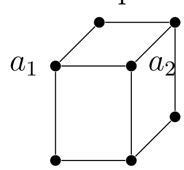
Übungsblatt 8

Zu bearbeiten bis 17. Juni 2015

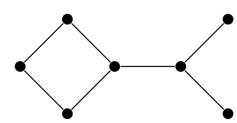
Aufgabe 1: **($2 + 8 + 8 = 18$ Punkte)**

Betrachten Sie die $\{E\}$-Strukturen $\mathcal{A} := (A, E^{\mathcal{A}})$ und $\mathcal{B} := (B, E^{\mathcal{B}})$, die durch folgende Skizze dargestellt werden, wobei jede ungerichtete Kante zwischen zwei Knoten u und v die beiden gerichteten Kanten (u, v) und (v, u) repräsentieren:

Graph $\mathcal{A}$:



Graph $\mathcal{B}$:



(a) Finden Sie $b_1, b_2 \in B$, so dass $(a_1, a_2 \mapsto b_1, b_2) \in \mathrm{Part}(\mathcal{A}, \mathcal{B})$.

(b) Was ist das größte m, so dass es $b_1, b_2 \in B$ gibt mit $(\mathcal{A}, a_1, a_2) \cong_m (\mathcal{B}, b_1, b_2)$? Belegen Sie Ihre Aussage, indem Sie für Ihre Zahl m geeignete Elemente $b_1, b_2 \in B$ und ein Hin- und Her-System $(I_j)_{j \leqslant m} \colon (\mathcal{A}, a_1, a_2) \cong_m (\mathcal{B}, b_1, b_2)$ angeben.

(c) Beweisen Sie, dass ein größeres als das von Ihnen angegebene m nicht möglich ist.

Aufgabe 2: **(29 Punkte)**

Zeigen Sie, dass es keinen EMSO$[E]$-Satz φ gibt, so dass für jeden endlichen ungerichteten Graphen G und die zu G gehörige $\{E\}$-Struktur $\mathfrak{A}$ gilt:

$$\mathfrak{A} \models \varphi \quad \iff \quad \text{Jeder Knoten von } G \text{ hat einen geraden Grad.}$$

Aufgabe 3: **(25 Punkte)**

Berechnen Sie die asymptotische Wahrscheinlichkeit $\mu(\mathrm{P} \mid \mathrm{UG})$ für die Klasse P aller planaren ungerichteten Graphen.

— *auf der nächsten Seite geht's weiter* —

Aufgabe 4: **$(7 + 7 + 7 + 7 = 28$ Punkte)**

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:

(a) $\mathrm{FO}[\sigma_{\{a,b\}}]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller Wortstrukturen $\mathfrak{A}_w$ mit $w \in \{a,b\}^+$.

(b) $\mathrm{MSO}[\leqslant]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller endlichen linearen Ordnungen.

(c) $\mathrm{FO}[\leqslant]$ besitzt das 0-1-Gesetz bzgl. der Klasse aller endlichen linearen Ordnungen.

(d) Es gibt eine unter Isomorphie abgeschlossene Klasse S von ungerichteten Graphen, so dass $\mathrm{FO}[E]$ kein 0-1-Gesetz bezüglich S besitzt.