

## Theoretische Informatik II

### 13. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 31.1., 1.2. und 3.2.  
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 7., 8. und 10. Februar

#### Aufgabe 64

[mündlich]

Für  $D \in \{L, R, N\}$  sei

$$L_D = \{w \in \{0, 1\}^* \mid M_w \text{ ist eine 1-DTM, die bei Eingabe } \varepsilon \\ \text{niemals die Kopfbewegung } D \text{ ausführt}\}.$$

Für welche Werte von  $D$  ist  $L_D$  entscheidbar?

#### Aufgabe 65

[mündlich]

Betrachten Sie die Typ-1-Grammatik  $G = (\{A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, A)$  mit  
 $P = \{A \rightarrow BabC; Ba \rightarrow Cba, aBa; bCBa \rightarrow aCb; bC \rightarrow BbCa, bCb; C \rightarrow b\}$ .

1. Wir bezeichnen mit  $T_m^n$  die Menge der Satzformen bis zur Länge  $n$ , die sich in höchstens  $m$  Schritten aus dem Startsymbol ableiten lassen. Geben Sie für alle natürlichen Zahlen  $m$  die Menge  $T_m^6$  an.
2. Zeigen Sie: Das Wortproblem für CSL, also die Sprache

$$\{w\#x \mid w \text{ ist Kodierung einer Typ 1-Grammatik } G_w \text{ und } x \in L(G_w)\},$$

ist entscheidbar.

#### Aufgabe 66

[mündlich]

Betrachten Sie die Sprache  $\text{Eq} = \{v\#w \mid L(M_v) = L(M_w)\}$ . Zeigen Sie:

1. Das Halteproblem lässt sich auf Eq reduzieren.
2. Das Halteproblem lässt sich auf  $\overline{\text{Eq}}$  reduzieren.
3. Weder Eq noch  $\overline{\text{Eq}}$  sind rekursiv aufzählbar.

**Aufgabe 67**

[mündlich]

Zeigen Sie, dass das Schnittproblem für reguläre Sprachen entscheidbar ist:

$$\{w_1\#w_2 \mid w_1, w_2 \text{ kodieren DFAs } M_1, M_2 \text{ mit } L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset\} \in \text{REC}.$$

**Aufgabe 68**

[mündlich]

Ist  $\text{PCP}_{\{a\}}$  entscheidbar?

**Aufgabe 69**

[mündlich]

Zeigen Sie  $\text{PCP} \leq \text{MPCP}$ .

**Aufgabe 70**

[mündlich]

Entscheiden Sie die folgenden PCP-Instanzen. Geben Sie im positiven Fall eine PCP-Lösung an und beweisen Sie im negativen Fall, dass keine PCP-Lösung existiert.

1.  $\begin{pmatrix} a & ba & abb & bab \\ ab & ab & bb & abb \end{pmatrix}$
2.  $\begin{pmatrix} aaaa & aa \\ aaa & aaaaa \end{pmatrix}$

**Aufgabe 71**

[10 Punkte]

Zeigen Sie, dass die folgende Variante des PCP entscheidbar ist: Gegeben  $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ y_1 & y_2 & \dots & y_k \end{pmatrix}$ , gibt es Indexfolgen  $i_1, \dots, i_m$  und  $j_1, \dots, j_n$  mit  $m, n \geq 1$ , so dass  $x_{i_1} \cdots x_{i_m} = y_{j_1} \cdots y_{j_n}$ ?