

Theoretische Informatik II

12. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 24., 25. und 27. Januar
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 31.1., 1.2. und 3.2.

Aufgabe 59

[mündlich]

Eine k -NTM M heißt *linear platzbeschränkt*, falls eine Konstante c existiert, so dass M bei Eingabe x höchstens $c|x|$ verschiedene Bandfelder besucht. Zeigen Sie folgende Charakterisierungen:

$$\text{DCSL} = \{L(M) \mid M \text{ ist eine linear platzbeschränkte } k\text{-DTM}\},$$

$$\text{CSL} = \{L(M) \mid M \text{ ist eine linear platzbeschränkte } k\text{-NTM}\}.$$

Aufgabe 60

[mündlich]

Sei Σ ein durch $<$ geordnetes Alphabet. Die lexikographische Ordnung auf Σ^* ist dann durch

$$x \leq y :\Leftrightarrow x = y \text{ oder } |x| < |y| \text{ oder } |x| = |y| \text{ und für ein } i \leq |x| \text{ ist } x_1 \cdots x_{i-1} = y_1 \cdots y_{i-1} \text{ und } x_i < y_i$$

definiert. Eine Funktion $f : \Gamma^* \rightarrow \Sigma^*$ heißt *monoton*, falls $f(x) \leq f(y)$ für alle Wörter $x \leq y$ gilt. Eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ heißt *in lexikographischer Ordnung rekursiv aufzählbar*, falls A leer ist oder eine monotone Turing-berechenbare Funktion f mit Wertemenge $W(f) = A$ existiert. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

1. A ist entscheidbar,
2. A wird von einer k -NTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält,
3. A wird von einer 1-NTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält,
4. A ist in lexikographischer Ordnung rekursiv aufzählbar,
5. A wird von einer k -DTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält,
6. A wird von einer 1-DTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält.

Aufgabe 61

[mündlich]

Zeigen Sie: Jede unendliche rekursiv aufzählbare Sprache besitzt eine unendliche entscheidbare Teilmenge. (Hinweis: Konstruieren Sie eine Teilmenge, die in lexikographischer Ordnung rekursiv aufzählbar ist.)

Aufgabe 62

[mündlich]

Beweisen sie die folgende Variante des Satzes von Rice: Sei $\Sigma = \{0, 1\}$ und RE_Σ bezeichne die Klasse aller rekursiv aufzählbaren Sprachen über Σ . Dann ist für jede Sprachklasse \mathcal{S} mit $\emptyset \subsetneq \mathcal{S} \subsetneq \text{RE}_\Sigma$ die Sprache

$$K(\mathcal{S}) := \{ w \in \{0, 1\}^* \mid L(M_w) \in \mathcal{S} \}$$

unentscheidbar.

Aufgabe 63

[10 Punkte]

Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

1. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist endlich} \}$
2. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist unendlich} \}$
3. $\{w \mid \exists w' \neq w : L(M_w) = L(M_{w'})\}$
4. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist rekursiv aufzählbar} \}$
5. $\{w \mid \overline{L(M_w)} \text{ ist rekursiv aufzählbar} \}$