

## Theoretische Informatik II

### 7. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 6., 7. und 9. Dezember  
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 13., 14. und 16. Dezember

#### Aufgabe 34

[mündlich]

Gegeben sei die Grammatik  $G = (\{S, A\}, \Sigma, P, S)$  mit dem Terminalalphabet  $\Sigma = \{ (, ), ] \}$  und den Produktionen

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow \varepsilon & S \rightarrow (S) & A \rightarrow (SA) \\ S \rightarrow A] & S \rightarrow SS & A \rightarrow (S \end{array}$$

1. Beschreiben Sie die von  $G$  erzeugte Sprache informal.
2. Konstruieren Sie einen PDA, der  $L(G)$  erkennt. Wenden Sie hierzu das in der Vorlesung zum Beweis der Inklusion  $\text{CFL} \subseteq \{L(M) \mid M \text{ ist ein PDA}\}$  benutzte Verfahren an.

#### Aufgabe 35

[mündlich]

Ein EPDA (Extended PDA) sei definiert als ein 6-Tupel  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$ , wobei  $Z, \Sigma, \Gamma$  und  $q_0$  die gleiche Funktion haben wie in einem PDA, aber  $E \subset Z$  eine Menge von Endzuständen ist und die Überföhrungsfunktion  $\delta$  die Form

$$\delta: Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \mathcal{P}_e(Z \times \Gamma^*)$$

hat, wobei  $\{(q, x, \alpha) \mid \delta(q, x, \alpha) \neq \emptyset\}$  endlich ist. Das Kellerranfängszeichen entfällt.

Analog zum PDA wird für alle  $(p, \gamma) \in \delta(q, x, \alpha)$  die Konfigurationsfolge durch  $(q, xy, \alpha\beta) \vdash (p, y, \gamma\beta)$  definiert. Die von  $M$  akzeptierte Sprache ist dann

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}.$$

1. Zeigen Sie, dass die von EPDAs erkannten Sprachen gerade die kontextfreien sind.
2. Zeigen Sie, dass ohne die Einschränkung „ $\{(q, x, \alpha) \mid \delta(q, x, \alpha) \neq \emptyset\}$  endlich“ jede Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  von einem EPDA erkannt wird.

3. Welche Sprachen können von PDAs mit einer Überföhrungsfunktion der Form

$$\delta: Z \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*)$$

erkannt werden?

### Aufgabe 36

[mündlich]

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  für die Sprache

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}$$

an und bringen Sie diese Grammatik in Chomsky-Normalform.

2. Überprüfen Sie Ihre Lösung, indem Sie mit dem CYK-Algorithmus nachweisen, dass das Wort  $baaba \in L$  wirklich von Ihrer Grammatik  $G$  erzeugt wird.

### Aufgabe 37

[6 Punkte]

Gegeben sei die Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  mit den Variablen  $V = \{S, L, R\}$ , dem Terminalalphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  und den Produktionen  $S \rightarrow LR, SS, a$  sowie  $L \rightarrow a$  und  $R \rightarrow SR, b$ .

1. Geben Sie alle ableitbaren Satzformen (Wörter über dem Alphabet  $V \cup \Sigma$ ) an, deren Länge höchstens 3 ist.
2. Entscheiden Sie, ob  $aaaabb = a^4b^2 \in L(G)$  ist, indem Sie den CYK-Algorithmus anwenden.

### Aufgabe 38

[4 Punkte]

Zeigen Sie an Hand der Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.