Institut für Informatik
Komplexität und Kryptografie
Prof. Dr. Johannes Köbler

WS 2004/05
9. November 2004

Theoretische Informatik II

4. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 15., 16. und 18. November
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 22., 23. und 25. November

Aufgabe 17 [mündlich]

Sei $M = (Z, \Sigma, \delta, q_0, E)$ ein DFA und sei

$$V_i = \begin{cases} \{\{q,p\} \mid q \in E, p \notin E\}, & i = 0 \\ V_{i-1} \cup \{\{q,p\} \mid \exists a \in \Sigma : \{\delta(q,a), \delta(p,a)\} \in V_{i-1}\}, & i > 0 \end{cases}$$

die in der Vorlesung zur Konstruktion von $\tilde{M}$ benutzte Folge.

1. Zeigen Sie, dass $V_i = \{\{q,p\} \mid \exists x \in \Sigma^{\leq n} : x \in L_q \Delta L_p\}$ ist. Dabei enthält $\Sigma^{\leq n}$ alle Wörter in Σ^* der Länge höchstens n.

2. Zeigen Sie, dass für alle i mit $V_i = V_{i+1}$ gilt: $V_i = \{\{q,p\} \mid q \not\sim p\}$.

Aufgabe 18 [mündlich]

Konstruieren Sie den Minimal-Automaten M_L für die Sprache $L \subseteq \{a,b\}^*$ aller Wörter, die bbb nicht als Teilwort enthalten.

Aufgabe 19 [mündlich]

Ein ENFA (Extended NFA) ist ein NFA $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$, wobei jedoch δ eine Funktion von einer endlichen Teilmenge von $Z \times \Sigma^*$ in die Potenzmenge von Z ist. Das heißt, Kanten können nicht nur mit Zeichen, sondern auch mit Wörtern (einschließlich des leeren Wortes) beschriftet werden. Ist eine Kante mit dem leeren Wort beschriftet, so spricht man von einem „spontanen" Übergang, da der Automat ohne Lesen eines Eingabezeichens den Zustand wechselt.

1. Geben Sie eine sinnvolle Definition für die von einem ENFA M erkannte Sprache $L(M)$.

2. Zeigen Sie, dass $\{L(M) \mid M \text{ ist ein ENFA}\} = \mathcal{REG}$ ist.

Aufgabe 20 [6 Punkte]

Sei $A = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$, und B sei die Menge der Dezimaldarstellungen aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen.

1. Geben Sie alle Zerlegungen der Wörter *aaabb* (bezüglich A) und 123456 (bezüglich B) in Teilwörter uvw an, die für $\ell = 4$ alle drei Bedingungen in der Konklusion des Pumping-Lemmas erfüllen.

2. Bestimmen Sie die Pumping-Zahlen für A und B.

Aufgabe 21 [mündlich]

Wenn wir bei einem DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, q_0, E)$ eine Überführungsfunktion der Form $\delta : Z \times \Sigma \to Z \times \Sigma$ zulassen, dann können wir die zweite Komponente b des Werts $\delta(q, a) = (p, b)$ als Ausgabe von M bei diesem Rechenschritt interpretieren. M überführt also Eingaben x der Länge n in Ausgaben y der Länge n.

Geben Sie einen solchen DFA M mit dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ an, der eine Ganzzahl-Division durch 3 auf Binärzahlen ausführt. (Zum Beispiel muss M die Eingabe 10001 (= 17) in die Ausgabe 00101 (= 5) überführen.)

Aufgabe 22 [4 Punkte]

Die folgenden Sprachen sind nicht regulär. Beweisen Sie dies, indem Sie jeweils eine unendliche Familie von Äquivalenzklassen von R_L angeben, *und* wenden Sie außerdem noch das Pumping Lemma an.

1. $L_1 = \{ ww^R \mid w \in \{0,1\}^* \}$ [*mündlich*]

2. $L_2 = \{ a^n b^m \mid n > m > 0 \}$ [*4 Punkte*]