

Theoretische Informatik II

12. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 10., 11., 12. und 13. Februar
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 17., 18., 19. und 20. Februar

Aufgabe 56

[5 Punkte]

Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

1. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist endlich} \}$
2. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist unendlich} \}$
3. $\{w \mid \exists w' \neq w : L(M_w) = L(M_{w'})\}$
4. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist rekursiv aufzählbar} \}$
5. $\{w \mid \overline{L(M_w)} \text{ ist rekursiv aufzählbar} \}$

Aufgabe 57

[mündlich]

Betrachten Sie die Sprache $\text{Eq} = \{v\#w \mid L(M_v) = L(M_w)\}$. Zeigen Sie:

1. Das Halteproblem lässt sich auf Eq reduzieren.
2. Das Halteproblem lässt sich auf $\overline{\text{Eq}}$ reduzieren.
3. Weder Eq noch $\overline{\text{Eq}}$ sind rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 58

[2 Punkte]

Geben Sie für die folgenden Instanzen eine PCP-Lösung an, falls sie existiert; anderenfalls zeigen Sie, dass es keine gibt:

1. $\begin{pmatrix} a & ba & abb & bab \\ ab & ab & bb & abb \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} aaaa & aa \\ aaa & aaaaa \end{pmatrix}$

Aufgabe 59

[mündlich]

Ist das PCP für Wörter über einem einelementigen Alphabet entscheidbar?

Aufgabe 60

[mündlich]

Sei MPCP (das modifizierte PCP) definiert wie in der Vorlesung. Zeigen Sie, dass $\text{PCP} \leq \text{MPCP}$ gilt.

Aufgabe 61

[3 Punkte]

1. Zeigen Sie, dass das Schnittproblem für reguläre Sprachen entscheidbar ist. Das heißt, für zwei als DFAs gegebene reguläre Sprachen $L_1, L_2 \subset \Sigma^*$ ist $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ entscheidbar.
2. Zeigen Sie weiter, dass die folgende Variante des PCP entscheidbar ist: Gegeben $(\begin{smallmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ y_1 & y_2 & \dots & y_k \end{smallmatrix})$, gibt es Indexfolgen i_1, \dots, i_m und j_1, \dots, j_n mit $m, n \geq 1$, so dass $x_{i_1} \cdots x_{i_m} = y_{j_1} \cdots y_{j_n}$?

Aufgabe 62

[mündlich]

Betrachten Sie die Typ-1-Grammatik $G = (\{A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, A)$ mit $P = \{A \rightarrow BabC; Ba \rightarrow Cba, aBa; bCBa \rightarrow aCb; bC \rightarrow BbCa, bCb; C \rightarrow b\}$.

1. Wir bezeichnen mit T_m^n die Menge der Satzformen bis zur Länge n , die sich in höchstens m Schritten aus dem Startsymbol ableiten lassen. Geben Sie für alle natürlichen Zahlen m die Menge T_m^6 an.
2. Zeigen Sie: Das Wortproblem für \mathcal{CSL} , also die Sprache

$$\{G\#x \mid G \text{ ist Typ 1-Grammatik und } x \in L(G)\},$$

ist entscheidbar.