

Theoretische Informatik II

7. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 16., 17., 18. und 19. Dezember
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 6., 7., 8. und 9. Januar

Aufgabe 32

[mündlich]

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, A\}, \Sigma, P, S)$ mit dem Terminalalphabet $\Sigma = \{ (,),] \}$ und den Produktionen $S \rightarrow \varepsilon, (S), SS, A]$ und $A \rightarrow (SA, (S)$.

1. Beschreiben Sie die von G erzeugte Sprache informal.
2. Konstruieren Sie einen PDA, der $L(G)$ erkennt. Wenden Sie hierzu das in der Vorlesung zum Beweis der Inklusion $\mathcal{CFL} \subseteq \{L(M) \mid M \text{ ist ein PDA}\}$ benutzte Verfahren an.

Aufgabe 33

[mündlich]

Ein EPDA (Extended PDA) sei definiert als ein 6-Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$, wobei Z, Σ, Γ und q_0 die gleiche Funktion haben wie in einem PDA, aber $E \subset Z$ eine Menge von Endzuständen ist und

$$\delta: Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*),$$

so dass $\{(q, x, \alpha) \mid \delta(q, x, \alpha) \neq \emptyset\}$ endlich ist. Das Kelleraufangszeichen entfällt. Analog zum PDA wird für alle $(p, \gamma) \in \delta(q, x, \alpha)$ die Konfigurationsfolge durch $(q, xy, \alpha\beta) \vdash (p, y, \gamma\beta)$ definiert. Die von M akzeptierte Sprache ist dann

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}.$$

Zeigen Sie, dass die von EPDAs erkannten Sprachen gerade die kontextfreien sind.

Aufgabe 34

[mündlich]

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für die Sprache

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}$$

an und bringen Sie diese Grammatik in Chomsky-Normalform.

2. Überprüfen Sie Ihre Lösung, indem Sie mit dem CYK-Algorithmus nachweisen, dass das Wort $baaba \in L$ wirklich von Ihrer Grammatik G erzeugt wird.

Aufgabe 35

[6 Punkte]

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit den Variablen $V = \{S, L, R\}$, dem Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und den Produktionen $S \rightarrow LR, SS, a$ sowie $L \rightarrow a$ und $R \rightarrow SR, b$.

1. Geben Sie alle ableitbaren Satzformen (Wörter über dem Alphabet $V \cup \Sigma$) an, deren Länge höchstens 3 ist.
2. Entscheiden Sie, ob $aaaabb = a^4b^2 \in L(G)$ ist, indem Sie den CYK-Algorithmus anwenden.

Aufgabe 36

[4 Punkte]

Zeigen Sie an Hand der Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.