Übungen zur Komplexitätstheorie — Wintersemester 01/02

Johannes Köbler/Olaf Beyersdorff

Übungsblatt 7

Aufgabe 21

Zeigen Sie, dass REACH **NL**-vollständig ist.

Aufgabe 22

Zeigen Sie, dass 2-SAT **NL**-vollständig ist. *Hinweis*: Zeigen Sie REACH $\leq \overline{\text{2-SAT}}$ und benutzen Sie, dass **NL** unter Komplementbildung abgeschlossen ist.

Aufgabe 23 (schriftlich, 10 Punkte)

Für einen gegebenen *gerichteten* Graphen $G = (V, E)$ und eine Zahl k betrachten wir die folgende Fragestellung:

Dominating Set (DOMSET): Gibt es eine Menge von Knoten $D \subseteq V$ mit $|D| \leq k$, so dass es für jeden Knoten $v \notin D$ einen Knoten $u \in D$ mit $(u, v) \in E$ gibt?

Ein **Turniergraph** ist ein gerichteter Graph $G = (V, E)$, so dass für alle Knoten $u \neq v$ genau eine der beiden Kanten (u, v) und (v, u) vorhanden ist. Bezeichne TURNIER die Menge aller Turniergraphen. Zeigen Sie:

a) DOMSET ist **NP**-vollständig. *Hinweis*: Zeigen Sie NODECOVER $\leq$ DOMSET.

b) Ein Turniergraph mit n Knoten hat ein Dominating Set der Größe $\log n$.

c) Falls das Dominating Set Problem für Turniergraphen TURNIER $\cap$ DOMSET **NP**-vollständig ist, dann gilt $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{DTIME}(n^{O(\log n)})$.

Aufgabe 24

Sei $\mathbf{C}$ eine Sprachklasse und sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine Funktion. Dann ist $\mathbf{C}/f$ die Klasse aller Sprachen L, für die es eine Sprache $A \in \mathbf{C}$ und eine Funktion $h : N \to \Sigma^*$ mit $|h(n)| \leq f(n)$ für alle n gibt, so dass für alle Wörter x gilt: $x \in L \iff x\#h(|x|) \in A$. Weiterhin bezeichne

$$\mathbf{P}/poly = \bigcup_{k \geq 1} \mathbf{P}/n^k.$$

Zeigen Sie:

a) $\mathbf{P}/poly = \mathbf{PSK}$

b) $\mathbf{P}/poly = \mathbf{LIN}/poly$