Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität II
Prof. Dr. Johannes Köbler

Algorithmisches Lernen
Wintersemester 2000/01
Köbler/Lindner

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1

Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften der VC-Dimension.

a) $C_1 \subseteq C_2 \implies VC(C_1) \leq VC(C_2)$

b) $VC(C) = VC(co\text{-}C)$

c) $VC(C) \leq \lfloor \log |C| \rfloor$ (für endliche Konzeptklassen C).

(Die Konzeptklasse $co\text{-}C$ ist die Menge der Komplemente $\overline{c} = \{x \in X \mid x \notin c\}$ aller Konzepte c in einer Konzeptklasse C über einem Universum X.)

Aufgabe 2 (*schriftlich zu bearbeiten, 3 Punkte*)

Bestimmen Sie die VC-Dimension der folgenden Konzeptklassen.

a) Konvexe Polygone mit d Kanten in der Ebene $\mathbb{R}^2$

b) Konjunktionen über n Literalen (nur Abschätzung mittels Θ-Notation)

c) 3-CNF Formeln über n Variablen

Aufgabe 3 (*schriftlich zu bearbeiten, 2 Punkte*)

Zeigen Sie, daß die folgenden Repräsentationsklassen effizient im Mistake-Bound Modell erlernbar sind. Benutzen Sie hierfür den Lernalgorithmus für Konjunktionen aus der Vorlesung.

a) Disjunktionen (über Literalen)

b) 3-Term DNF-Formeln

(Eine *3-Term DNF-Formel* ist eine Formel der Form $T_1 \vee T_2 \vee T_3$, wobei T_i mit $i = 1, 2, 3$ jeweils eine Konjunktion von Literalen ist.)

Aufgabe 4

Betrachten Sie die Repräsentationsklasse C über $X = \{1, \ldots, 2^n\}$, die aus allen Konzepten $c_j = \{1, \ldots, j-1\}$ mit $j = 1, \ldots, 2^n$ besteht. Zeigen Sie

a) $VC(C) = 1$

b) $opt(C) = n$