Übungen zur Komplexitätstheorie Sommersemester 2003

Olaf Beyersdorff / Lorenz Weizsäcker

Übungsblatt 9

Aufgabe 33

Eine nichtdeterministische Orakel-Turingmaschine (NOTM) N heißt *strong* unter Orakel B, falls N^B bei jeder Eingabe x entweder mindestens eine akzeptierende oder mindestens eine verwerfende Rechnung ausführt, aber nicht beides. Eine NPTOM ist eine polynomiell zeitbeschränkte NOTM.
Zeigen Sie:

$$\mathbf{NP}(B) \cap \mathbf{co\text{-}NP}(B) = \{L(N^B) \mid \text{ die NPTOM } N \text{ ist strong unter } B\}.$$

Aufgabe 34

Eine Sprache A ist *sparse*, falls für ein Polynom p gilt: $\|\{x \in A : |x| \leq n\}\| \leq p(n)$.
Eine Sprache A ist *tally*, falls $A \subseteq 0^*$ ist. Bezeichne **SPARSE** die Klasse aller sparse Sprachen, und bezeichne **TALLY** die Klasse aller tally Sprachen.
Zeigen Sie:

$$\mathbf{PSK} = \mathbf{P}(\mathbf{SPARSE}) = \mathbf{P}(\mathbf{TALLY}).$$

Aufgabe 35

Sei $\mathcal{C}$ eine beliebige Klasse von Sprachen über einem Alphabet Σ. Zeigen Sie:

a) $\mathbf{co}\text{-}\exists \cdot \mathcal{C} = \forall \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathcal{C}$.

b) $\mathbf{co}\text{-}\forall \cdot \mathcal{C} = \exists \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathcal{C}$.

c) $\mathbf{co\text{-}BP} \cdot \mathcal{C} = \mathbf{BP} \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathcal{C}$.

Aufgabe 36 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie: Es gibt ein Orakel B mit $\mathbf{NP}(B) \neq \mathbf{co\text{-}NP}(B)$.