

## Übungsblatt 5

### Aufgabe 15

Zeigen Sie:

- a) Die folgenden Komplexitätsklassen sind unter  $\leq$  abgeschlossen:  
i) **L**, ii) **NL**, iii) **P**, iv) **NP**, v) **co-NP**, vi) **PSPACE**, vii) **EXP**.
- b) Falls es eine **NP**-vollständige Menge in **P** gibt, dann ist **P** = **NP**.
- c) Falls es eine **NL**-vollständige Menge in **L** gibt, dann ist **L** = **NL**.

### Aufgabe 16

Zeigen Sie, dass die Komplexitätsklassen **NP** und **E** verschieden sind. Betrachten Sie hierzu die Sprache

$$K := \{M\#x\#1^t \mid \text{die } k\text{-TM } M \text{ akzeptiert } x \in \{0, 1\}^* \text{ in } \leq 2^t \text{ Schritten}\}$$

und zeigen Sie:

- a)  $K$  liegt in **E**.
- b)  $K$  ist **EXP**-hart.
- c) **E** ist nicht unter  $\leq$  abgeschlossen.

### Aufgabe 17 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie, dass **LINSPACE**  $\neq$  **P** gilt. Gehen sie dafür wie bei Aufgabe 16 vor.

### Aufgabe 18

Zeigen Sie, dass aus **E**  $\neq$  **NE** folgt, dass **P**  $\neq$  **NP** gilt (*downward separation*). Zeigen Sie hierzu die Äquivalenz

$$\mathbf{E} \neq \mathbf{NE} \iff \text{es gibt eine tally Sprache } T \in \mathbf{NP} - \mathbf{P}.$$

Eine Sprache  $T$  heißt **tally**, wenn sie über einem einelementigen Alphabet gebildet werden kann (also z.B.  $T \subseteq \{0\}^*$ ).

*Hinweis:* Betrachten Sie die “tally Version” einer Sprache  $A$ ,

$$\text{tally}(A) = \{0^{\text{num}(x)} \mid x \in A\},$$

wobei  $\text{num}(x)$  die durch die Binärzahl  $1x$  repräsentierte natürliche Zahl ist.