

Übungsblatt 3

Aufgabe 11

Ver- und entschlüsseln Sie den Klartext KRYPTOGRAFIE mit dem Schlüssel XYZ unter einem

- Vigenère-System,
- Beaufort-System,
- Autokey-System (mit Klartext- und mit Kryptotextschlüsselstrom).

Aufgabe 12 (schriftlich, 10 Punkte)

Sei $A = (a_{ij}) \in \mathbb{Z}_m^{l \times l}$ eine $l \times l$ -Matrix, $l \geq 1$. Zeigen Sie, dass die Abbildung $f: \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{Z}_m$ mit

$$f(x_1, \dots, x_l) = y_1 \dots y_l \text{ mit } y_i = x_1 a_{1i} + \dots + x_l a_{li} \pmod{m}$$

genau dann injektiv ist, wenn $\text{ggT}(\det(A), m) = 1$ ist.

Hinweis: Betrachten Sie die zu A adjungierte Matrix $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$, wobei

$$\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} \det(A_{ji})$$

ist, und leiten Sie die Gleichung

$$\tilde{A} \cdot A = \det(A) \cdot E$$

her (E ist die Einheitsmatrix und A_{ij} ist die durch Streichen der i -ten Zeile und j -ten Spalte aus A hervorgehende Matrix.)

Aufgabe 13

Überlegen Sie, wie man durch „elementare Zeilenoperationen“ die Inverse einer Matrix effizient berechnen kann und wenden Sie Ihre Methode auf die 4×4 -Schlüsselmatrix aus der Vorlesung an.

Aufgabe 14

Es liege ein durch ein Autokey-System mit Klartextschlüsselstrom erzeugter Kryptotext y vor. Führen Sie die Analyse dieser Chiffre unter der Annahme, dass die Schlüssellänge d bekannt ist, auf die Analyse der Vigenère-Chiffre zurück.

Hinweis: Entschlüsseln Sie y mit einem beliebigen Schlüsselwort (z.B. $k = A \dots A$) und betrachten Sie den resultierenden „Klartext“.