

Aufg. 3, Blatt 6 Beweis:

$$\text{Sei } (P) = \max \{ \langle c, x \rangle \mid Ax \leq b, x \geq 0 \}$$

$$\Rightarrow (D) \min \{ \langle b, y \rangle \mid A^T y \geq c, y \geq 0 \}.$$

Da $zF(P)$ unbeschränkt auf d. Restbereich M_P von (P) wächst, so ist $M_P \neq \emptyset$.

Anm: Der Restbereich M_D von (D) ist nicht leer.

$\Rightarrow$ es ex. ein $y, y \in M_D$. Dann gilt -
für bel. $x \in M_P$:

$$zF(P) = \langle c, x \rangle = \langle x, c \rangle$$

$$\underset{\text{da } x \geq 0_m}{=} x^T c \leq x^T A^T y = y^T A x \underset{y \geq 0_m}{\leq} y^T b = \langle y, b \rangle = \langle b, y \rangle$$

$$\Rightarrow zF(P) \leq y^T b \text{ f. j. } x \in M_P \quad \Downarrow \quad \square$$

2. Weg: Da ZPp unbeschr. $\Rightarrow$ ex. ST:

	x_l
	d_{ol}
	d_{il}
	d_{ml}

und $d_{ol} < 0$ und $d_{il} \leq 0$ $\forall i$
 $l \in N$ und mind.
 ein $d_{il} < 0$

Betr. die entspr. duale Tabelle:

$\{z_l, d_{ol}, d_{il}, \dots, d_{ml}\}$ wobei z_l die Schlupfvar.
 in (D) sind.

Die l -te Zeile in dieser ST entspricht
 folgende Restri. in (D):

$$\underbrace{-d_{ol} \cdot y_1}_{\substack{\leq 0 \\ \geq 0}} - \dots - \underbrace{d_{ml} \cdot y_m}_{\geq 0} + \underbrace{z_l}_{\geq 0} = \underbrace{d_{ol}}_{\substack{\leq 0 \\ \geq 0}}$$

$\downarrow$