

~~Blatt 1~~

Blatt 1.

~~Blatt 1~~

Aufbau	A	B	Kapazität
Montage	4h	6h	720h
Endfertigung	6h	3h	480h
Profit	400 € 4000€	300 € 3000€	

Typ A $\rightarrow x_1$ Autos

Typ B $\rightarrow x_2$ Autos

$$\begin{cases} x_1 \geq 20, x_2 \geq 30 \\ 4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 \leq 720 \\ 6 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 480 \end{cases}$$

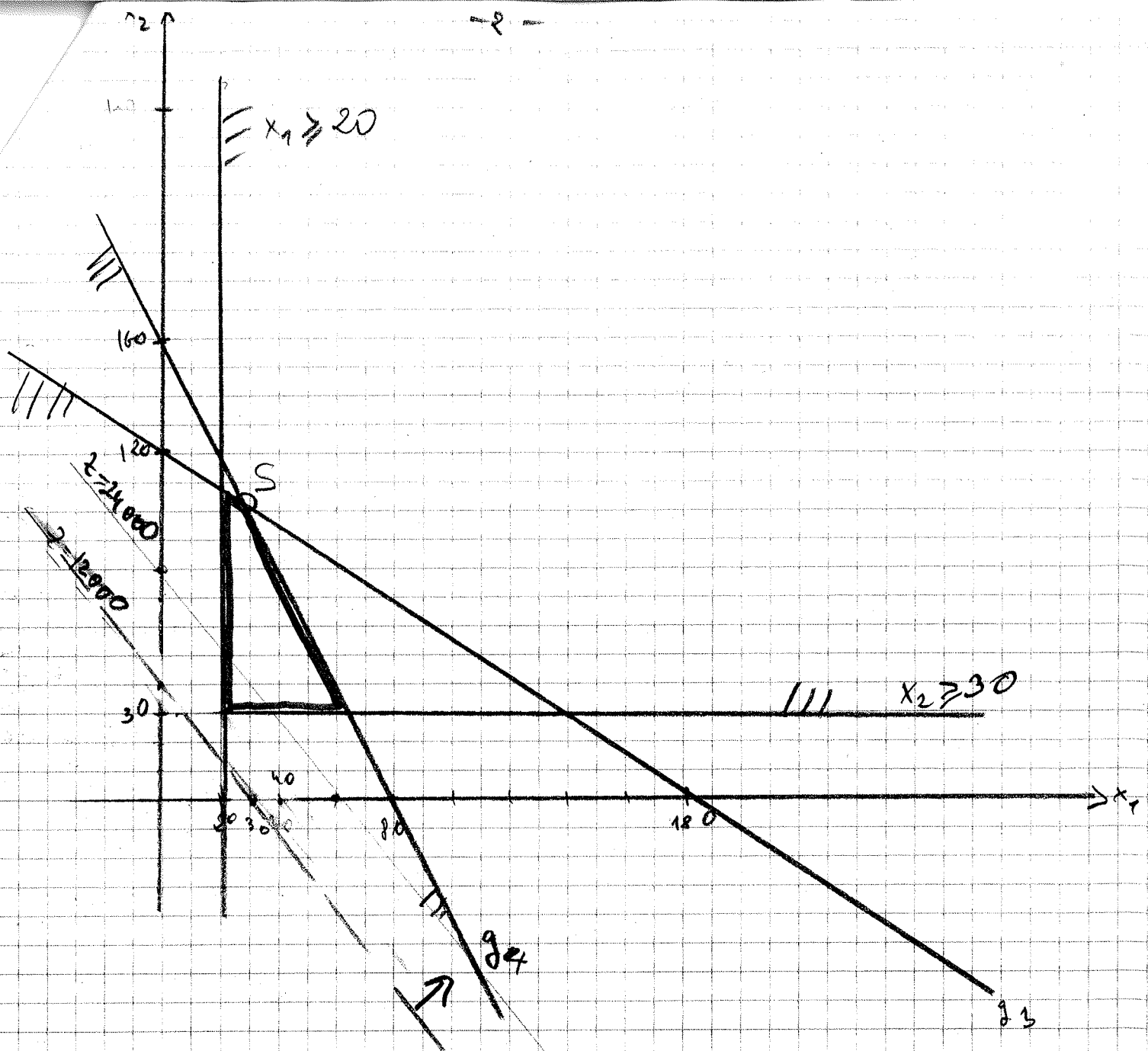
$$4000x_1 + 3000x_2 \rightarrow \max$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g_1: x_1 \geq 20, x_2 \geq 30 \\ g_3: 2x_1 + 3x_2 \leq 360 \\ g_4: 2x_1 + x_2 \leq 160 \end{cases} \quad \begin{matrix} (0, 120) & , & (120, 0) \\ (0, 160) & , & (80, 0) \end{matrix}$$

ZF:

$$\begin{aligned} 400x_1 + 300x_2 &= 12000 \\ \Leftrightarrow 4x_1 + 3x_2 &= 120 \quad (30, 0) \quad , \quad (0, 40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 400x_1 + 300x_2 &= 24000 \\ \Leftrightarrow 4x_1 + 3x_2 &= 240 \quad (60, 0) \quad , \quad (0, 80) \end{aligned}$$



$\Rightarrow S = g_3 \times g_4 = (30, 100)$ ablesen, oder

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 360 \\ 2x_1 + x_2 = 160 \end{cases} \Rightarrow 2x_2 = 200 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 100 \\ x_1 = 30 \end{cases} \Rightarrow 2x_1 = 60$$

$$\Rightarrow Z = 400x_1 + 300x_2 = 400 \cdot 30 + 300 \cdot 100 = 12000 + 30000 = 42000 \text{ €}$$

Pkte: LOA: 2P
 Restri. 1 Pkt
 Zeichnung: 2F + Pkt 2 Pkte (1/2 pro Restri.)
 Restri. 1 Pkt
 Log: 1/2 ansetzen 2 Pkte
 Log: 1/2 ansetzen 1 Pkt

Aufgabe

Wicht:

$$\mathcal{I}(K) = \{1\}$$

Behr. $L = \begin{pmatrix} 1,4 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow L \in P - d$

$$\mathcal{I}(L) = \{1, 3\} \Rightarrow K \text{ nicht extremal}$$

Ang es ex. ein $P \neq S = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ mit

$$\mathcal{I}(S) \supseteq \mathcal{I}(L) \text{ und } S \neq L.$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 = 7 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1,4$$

$$\Rightarrow S \equiv L \quad \Downarrow \quad \Rightarrow L \text{ extr. in } P \quad \square$$

1 + 3 Punkte

Aufg. 3: Seien $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ u. $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ aus E .

z.z.: $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = z = \lambda x + (1-\lambda)y \in E, \lambda \in [0,1]$

q.z.z.: $\frac{z_1^2}{a^2} + \frac{z_2^2}{b^2} \leq 1$

dazu:

$$\begin{aligned} \frac{z_1^2}{a^2} + \frac{z_2^2}{b^2} &= \frac{(\lambda x_1 + (1-\lambda)y_1)^2}{a^2} + \frac{(\lambda x_2 + (1-\lambda)y_2)^2}{b^2} \\ &= \frac{\lambda^2 x_1^2 + 2\lambda(1-\lambda)x_1 y_1 + (1-\lambda)^2 y_1^2}{a^2} + \frac{\lambda^2 x_2^2 + 2\lambda(1-\lambda)x_2 y_2 + (1-\lambda)^2 y_2^2}{b^2} \\ &= \lambda^2 \underbrace{\left(\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} \right)}_{\leq 1 \text{ da } x \in E} + 2\lambda(1-\lambda) \underbrace{\left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)}_{\leq 1 \text{ da } y \in E} + (1-\lambda)^2 \underbrace{\left(\frac{y_1^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} \right)}_{\leq 1 \text{ da } y \in E} \end{aligned}$$

$$\leq \lambda^2 + (1-\lambda)^2 + 2\lambda(1-\lambda) \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right) = (*)$$

Beh. $\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2}$ und die Cauchy-Ungl.:
 $\langle p, p \rangle \cdot \langle s, s \rangle \geq (\langle p, s \rangle)^2 \quad \forall p, s \in E$

Sei $p := \begin{pmatrix} \frac{x_1}{a} \\ \frac{x_2}{b} \end{pmatrix}$ und $s := \begin{pmatrix} \frac{y_1}{a} \\ \frac{y_2}{b} \end{pmatrix}$ u. Cauchy-Ungl. gilt

$$\left\langle \begin{pmatrix} \frac{x_1}{a} \\ \frac{x_2}{b} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{x_1}{a} \\ \frac{x_2}{b} \end{pmatrix} \right\rangle \cdot \left\langle \begin{pmatrix} \frac{y_1}{a} \\ \frac{y_2}{b} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{y_1}{a} \\ \frac{y_2}{b} \end{pmatrix} \right\rangle \geq \left(\left\langle \begin{pmatrix} \frac{x_1}{a} \\ \frac{x_2}{b} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{y_1}{a} \\ \frac{y_2}{b} \end{pmatrix} \right\rangle \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\left(\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} \right)}_{\leq 1} \cdot \underbrace{\left(\frac{y_1^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} \right)}_{\leq 1} \geq \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)^2$$

$$\Rightarrow 1 \geq \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)^2$$

$$\Rightarrow |1| \geq \left| \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right| \quad (**)$$

1. Fall: $|1| = +1$ u. $\left| \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right| = \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2}$ wg (**)

$\Rightarrow (*) \leq \lambda^2 + (1-\lambda)^2 + 2\lambda(1-\lambda) = (\lambda + (1-\lambda))^2 = 1 \quad \checkmark$

2. Fall $|1| = +1$ u. $\left| \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right| = - \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)$, all wg (**)

$1 \geq - \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right) \geq$

$\Rightarrow (*) \leq \lambda^2 + (1-\lambda)^2 - 2\lambda(1-\lambda) = (\lambda - (1-\lambda))^2$
 $= (-1 + 2\lambda)^2 \leq (-1 + 2)^2 = 1, \text{ da } \lambda \in [0, 1].$

3. Fall: $|1| = -1$ u. $\left| \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right| = \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2}$, all wg (**)

$-1 \leq \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \Leftrightarrow 1 \geq - \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)$

$\Rightarrow$ analog zum 2. Fall $\checkmark$

4. Fall: $|1| = -1$, $\left| \frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right| = - \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)$, all wg (**)

$-1 \leq - \left(\frac{x_1 y_1}{a^2} + \frac{x_2 y_2}{b^2} \right)$

$\Rightarrow$ analog zum 1. Fall. $\checkmark$

<u>Pkte</u>	<u>z. z. i</u>	2 Pkte
	<u>g. z. i</u>	1 Pkt
	Rechnung bis (*)	3 Pkte
	Auswertung d. Cauchy-Ungl.	3 Pkte
	Fälle	1 Pkte