



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Lineare Optimierung
WS 2018/19

Übungsblatt 6
28.11.2018, Abgabe 5.12.2018, vor der Vorlesung

Aufgabe 1

(8 Punkte)

Lösen Sie folgende LOA mit der Simplexmethode!

$$33x_1 + 13x_2 + 18x_3 \longrightarrow \max$$

$$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 32 \\ 12x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 51 \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 21 \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Zeigen Sie, dass Definition 2 und Definition 3 aus der Vorlesung (Dualität) äquivalent sind.

Erinnerung:

Def. 2: Sei die LOA (P) wie folgt definiert:

$$(P) \quad \max\{\langle c, x \rangle \mid Ax = b, x \geq 0\}.$$

Dann heißt die LOA (D) mit

$$(D) \quad \min\{\langle b, u \rangle \mid A^T u \geq c\}$$

die zu (P) duale Aufgabe.

Def. 3: Sei die LOA (P) wie folgt definiert:

$$(P) \quad \max\{\langle c, x \rangle \mid \begin{array}{l} A_1 x = b_1 \\ A_2 x \leq b_2 \\ x \geq 0 \end{array} \}.$$

Dann heißt die LOA (D) mit

$$(D) \quad \min\{\langle \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} \rangle \mid A_1^T v + A_2^T w \geq c, w \geq 0\}$$

die zu (P) duale Aufgabe.

Aufgabe 3: (fakultativ)

(8 Punkte)

Sei

$$(P) \max\{\langle c, x \rangle \mid A \cdot x \leq b, x \geq 0_n\} \text{ mit } A \in \mathcal{M}(m, n)$$

eine LOA und

$$(D) \min\{\langle b, y \rangle \mid A^T \cdot y \geq c, y \geq 0_m\}$$

ihre duale. Wenn (P) nicht lösbar ist, weil die Zielfunktion auf dem Restriktionsbereich unbeschränkt wachsen kann, welchen Wert hat dann die Zielfunktion der dualen Aufgabe $ZF_{(D)}$? Beweisen Sie ihre Behauptung.