

# Hausaufgaben in Lin. Opt.

Abgabe: 12.05.2005

## Aufgabe 1 (Skalarprodukt): (4 Punkte)

Gegeben sei der Vektorraum  $[L, +]$  über  $\mathbb{R}$ , wobei  $[L, +, \cdot]$  der Körper mit  $L = \{ f \mid [a, b] \subseteq \mathbb{R}, f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, f \text{ stetig} \}$  ist. Sei weiterhin die Abb.  $[\cdot, \cdot] : L \times L \rightarrow \mathbb{R}$  definiert wie folgt:

$$[f, g] := \int_a^b (f(t) + g(t)) dt.$$

Ist diese Abb. ein Skalarprodukt in  $[L, +]$ ? Beweis.

## Aufgabe 2 (extremaler Punkt): (4 Punkte)

Sei das konvexe Polyeder  $P := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid 5x - 2y \leq 7, x \geq 0, y \geq 0\}$  gegeben. Zeigen Sie, daß  $K = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  kein extremaler Punkt in  $P$  ist und daß der Punkt  $L = \begin{pmatrix} 1,4 \\ 0 \end{pmatrix}$  extremal in  $P$  ist.

## Aufgabe 3 (konvexe Mengen): (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Menge  $K(x_0, r) := \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle x - x_0, x - x_0 \rangle \leq r^2\}$  konvex ist.

Hinweis: Zeigen Sie, daß  $(\langle p, p \rangle \cdot \langle s, s \rangle) \geq (\langle p, s \rangle)^2$  für alle  $p$  und alle  $s$  aus  $\mathbb{R}^n$  gilt. (Cauchy-Ungleichung)