

Übungsblatt 4, Teil 2 (5. Juni 2018)

Aufgabe 1: 4 Punkte

Betrachten wir den VR $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ über den Körper $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ mit $n \geq 2$. Für beliebige Elemente v und w aus \mathbb{R}^n seien folgende Abbildungen $\langle \cdot, \cdot \rangle$ definiert:

(a) $\langle v, w \rangle := v_1 \cdot w_1,$

(b) $\langle f, g \rangle := \int_a^b (f(x) \cdot g(x)) dx,$ wobei f und g zwei reelle Funktionen sind, die auf dem Intervall $[a, b]$ definiert sind.

(c) $\langle v, w \rangle := \max_{1 \leq i \leq n} (v_i \cdot w_i).$

Welche der in (a), (b) und (c) angegebenen Abbildungen definiert ein SP und welche nicht? Zeigen Sie, dass Ihre Antworten korrekt sind.

Aufgabe 2: 6 Punkte

(a) Ist die Menge

$$L := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{array}{l} 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

konvex?

(b) Betrachten wir den Restriktionsbereich

$$M := \{x \in \mathbb{R}^n \mid A \cdot x = b, x \geq 0\}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 2.2 & 1.6 & -2 & 1.8 & -1.5 & -0.6 & 3.6 \\ 1.8 & -0.8 & 1 & 2.2 & 1.8 & 3.4 & 4.4 \\ -1.4 & 0.3 & 1.7 & -3 & 2.2 & 0.7 & 2.3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine Basismatrix von A mit zulässigem Basispunkt, eine Basismatrix von A mit nicht zulässigem Basispunkt und eine 3×3 -Teilmatrix von A , die keine Basismatrix von A ist, an. Beweisen Sie ihre Behauptungen.