Bsp (Kapazitäten)

Geg.: Zwei Hersteller P_1 und P_2 und drei Abnehmer A_1, A_2 und A_3.

Die zwei Prod. produzieren:
$a_1 = 13$ und $a_2 = 12$.

Die Abnehmer benötigen:
$b_1 = 10$, $b_2 = 12$ und $b_3 = 3$.

Auf jedem Transportweg dürfen nicht mehr als 6 Wareneinheiten transportiert werden.

Die Kosten sind in der folg. Kostenmatrix zusammengefasst!

	A_1	A_2	A_3
P_1	7	1	3
P_2	4	2	1

Ges: Ein opt. TP.

Lsg.: (1) Zuerst überprüfen wir die Bilanzgleichung!

$$\left.\begin{array}{l}\sum a_i = 13 + 12 = 25 \\ \sum b_j = 10 + 12 + 3 = 25\end{array}\right\} \Rightarrow \sum a_i = \sum b_j,$$

d.h. Bilanzgleichung erf. $\Rightarrow$ die TA ist eine KTA ■

(2) Offenbar gilt es auf allen Strecken d. Kapazität $k_{ij} = 6$. Das geben wir wie folgt an:

7 $\boxed{6}$	1 $\boxed{6}$	3 $\boxed{6}$
4 $\boxed{6}$	2 $\boxed{6}$	1 $\boxed{6}$

Bem.: Die Kap. kann auch i.a. auf d. versch. Strecken untersch. sein!

(3) Um den 1. TP aufzustellen benötigen wir einen fiktiven Produzenten und einen fiktiven Abnehmer zusätzlich.

Der Grund dafür, dass wir in jede Zeile/Sp. ein KE brauchen; dh. wir müssen immer ein Lager (Prod.) leeren oder ein Abnehmer sättigen.

	10	12	3	
13	7 $\boxed{6}$	1 $\boxed{6}$	3 $\boxed{6}$	M
12	4 $\boxed{6}$	2 $\boxed{6}$	1 $\boxed{6}$	M
	M	M	M	0

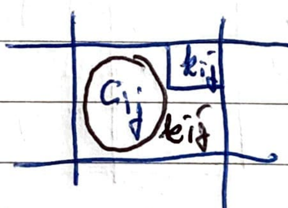
Durch die Preise können wir den Transport manipulieren: Die hohen Preise vom fiktiven Produzenten zum den realen Abnehmer bedeuten, dass diese Strecken möglichst gemieden werden sollen. Analog gilt für die Lieferungen von realen Produzenten zum fiktiven Abnehmer. Ziel ist, sofern mgl., dass alles, was der fiktive Produzent liefert, an den fikt. Abnehmer geht. Falls wir dies zwischendurch erreichen, so können diese Zeile und

Spalte ausgelassen werden. Das ist, natürlich, nicht immer möglich.

(4) Bestimmen d. 1. TP:

		✓	✓	2	
		10	12	3	10
✓ 1 7	13	7_6 $\lfloor 6$	1_6 $\lfloor 6$	$\boxed{3}_1$ $\lfloor 6$	M
10	12	4 $\lfloor 6$	2 $\lfloor 6$	$\boxed{1}_2$ $\lfloor 6$	$\boxed{M}_{10}$
	10	$\boxed{M}_4$	$\boxed{M}_6$	M	$\boxed{0}_0$

Wenn auf einer Strecke P_iA_j mit Kosten c_{ij} wg. d. Kap. k_{ij} nur k_{ij} Mengeneinheiten transportiert werden, bezeichnen wir dies in der Kostenmatrix, wie folgt:



Bitte, beachten Sie, dass auch mgl. ist, dass man ggf. auf einer solchen Strecke k_{ij} ME transportieren kann auch ohne auf Grund d. Kapazität. Dann ist aber das Element ein KE!

(5) Ab jetzt bilden wir immer die Δ-Ma, überprüfen die Optimalität und ggf. bilden Zyklus um den akt. TP zu verlassen. Es gibt hier 2 Arten von ~~Kreis~~ Zyklen!

$x^{(1)}$

				u_i
7_6	1_6	$\boxed{3}_1$	M	0
4	2	$\boxed{1}_2$	$\boxed{M}_{10}$	-2
$\boxed{M}_4$	$\boxed{M}_6$	M	$\boxed{0}_0$	$-M-2$
v_j: $2M+2$	$2M+2$	3	$M+2$	

$\Delta^{(1)}$

$(-2M+5)_6$	$(-2M-1)_6$	$\boxed{0}_1$	-2
$+$ $-2M+4$	$-2M+2$	$\boxed{0}_2$	$\boxed{0}_{10}^{-}$
$\boxed{0}_4^{-}$	$\boxed{0}_6$	$2M-1$	$\boxed{0}_0^{+}$

$\min\{\min_-\{4,10\}, \min_{\text{zwads}}\{6\}\}$
$= 4$

$x^{(2)}$

$(-2M+5)_6$	$(-2M-1)_6$	$\boxed{0}_1$	-2	0
$\boxed{-2M+4}_4$	$-2M+2$	$\boxed{0}_2$	$\boxed{0}_6$	0
0	$\boxed{0}_6$	$2M-1$	$\boxed{0}_4$	0
$-2M+4$	0	0	0	

$\Delta^{(2)}$

1_6^{-}	$(-2M-1)_6$	$\boxed{0}_1^{+}$	-2
$\boxed{0}_4^{+}$	$-2M+2$	$\boxed{0}_2^{-}$	$\boxed{0}_6$
0	$\boxed{0}_6$	$2M-1$	$\boxed{0}_4$

$\min\{\min_-\{2,6\}, \min_{\text{zw}}\{5,2\}\} = 2$
ich nehme ⇑

$x^{(3)}$

$\boxed{1}_4$	$(-2M-1)_6$	$\boxed{0}_3$	-2	0
$\boxed{0}_6$	$-2M+2$	0	$\boxed{0}_6$	-1
0	$\boxed{0}_6$	$2M-1$	$\boxed{0}_4$	-1
1	1	0	1	

$\boxed{0}_4$	$(-2M-2)_6$	$\boxed{0}_3$	-3
$\boxed{0}_6$	$+$ $-2M+2$	1	$\boxed{0}_6^{-}$
0	$\boxed{0}_6^{-}$	$2M$	$\boxed{0}_4^{+}$

$\min\{\min_-\{6\}, \min_{\text{zu}}\{6\}\} = 6$
ich nehme ⇑

$x^{(4)}$

$\boxed{0}_4$	$(-2M-2)_6$	$\boxed{0}_3$	-3
$\boxed{0}_6$	$\boxed{-2M+2}_6$	1	0
~~0~~	~~$\boxed{0}_0$~~	~~$2M$~~	~~$\boxed{0}_{10}$~~

⇝ $x^{(4)}$

			u_i
$\boxed{0}_4$	$(-2M-2)_6$	$\boxed{0}_3$	0
$\boxed{0}_6$	$\boxed{-2M+2}_6$	1	0
v_j: 0	$-2M+2$	0	

$\Delta^{(4)}$

$\boxed{0}_4$	$(-4)_6$	$\boxed{0}_3$
$\boxed{0}_6$	$\boxed{0}_6$	1

Diese Tab. ist opt., d.h. $x^{(4)}$ ist optimal!

Kosten: $4\cdot 7 + 6\cdot 1 + 3\cdot 3 + 6\cdot 4 + 6\cdot 2$
$= 79$ □