Bsp: Lösung:

① Überprüfe $\sum a_i \overset{?}{=} \sum b_j$

$$\sum a_i = 23+13+10 = 46$$

$$\sum b_j = 12+9+12+8 = 21+20 = 41$$

⇒ Überproduktion

⇒ definieren eines fiktiven Abnehmer A_f mit $b_f := 46-41 = 5$ und $c_{if} := 0 \ \forall i$

$X^{(1)}$

a \ b*	12	9	12	8	5	u_i
23	$\boxed{14}_{12}$	$\boxed{12}_{9}$	$\boxed{10}_{2}$	7	0	0
13	5	8	$\boxed{6}_{10}$	$\boxed{3}_{3}$	0	-4
10	10	6	5	$\boxed{4}_{5}$	$\boxed{0}_{5}$	-3
v_j	14	12	10	7	3	

$\Delta^{(1)}$

$\boxed{0}_{12}$	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{2}$	0	-3
-5	0	$\boxed{0}_{10}$ −	$\boxed{0}_{3}$ +	1
-1	-3	+ -2	$\boxed{0}_{5}$ −	$\boxed{0}_{5}$

$\min\{-10, -5\} = 5$

$X^{(2)}$

					u_i
$\boxed{0}_{12}$	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{2}$	0	-3	0
-5	0	$\boxed{0}_{5}$	$\boxed{0}_{8}$	1	0
-1	-3	$\boxed{-2}_{5}$	0	$\boxed{0}_{5}$	-2
0	0	0	0	2	← v_j

$\Delta^{(2)}$

$\boxed{0}_{12}$ −	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{2}$ +	0	-5
-5 +	0	$\boxed{0}_{5}$ −	$\boxed{0}_{8}$	-1
1	-1	$\boxed{0}_{5}$	2	$\boxed{0}_{5}$

$\min\{12, 5\} = 5$

$X^{(3)}$

					u_i
$\boxed{0}_{7}$	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{7}$	0	-5	0
$\boxed{-5}_{5}$	0	0	$\boxed{0}_{8}$	-1	-5
1	-1	$\boxed{0}_{5}$	2	$\boxed{0}_{5}$	0
0	0	0	5	0	← v_j

$\Delta^{(3)}$

$\boxed{0}_{7}$ −	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{7}$	-5 +	-5
$\boxed{0}_{5}$ +	5	5	$\boxed{0}_{8}$ −	4
1	-1	$\boxed{0}_{5}$	-3	$\boxed{0}_{5}$

$\min\{7, 8\} = 7$

$x^{(4)}$

					u_i
0	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{7}$	$\boxed{-5}_{7}$	-5	0
$\boxed{0}_{12}$	5	5	$\boxed{0}_{1}$	4	5
1	-1	$\boxed{0}_{5}$	-3	$\boxed{0}_{5}$	0
v_j: -5	0	0	-5	0	

$\Delta^{(4)}$

5	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{7}^{-}$	$\boxed{0}_{7}$	-5
$\boxed{0}_{12}$	0	0	$\boxed{0}_{1}$	-1
6	-1	$\boxed{0}_{5}^{+}$	2	$\boxed{0}_{5}^{-}$

$\min\{7, 5\} = 5$

$x^{(5)}$

					u_i
5	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{2}$	$\boxed{0}_{7}$	$\boxed{-5}_{5}$	0
$\boxed{0}_{12}$	0	0	$\boxed{0}_{1}$	-1	0
6	-1	$\boxed{0}_{10}$	2	0	0
0	0	0	0	-5	

$\Delta^{(5)}$

5	$\boxed{0}_{9}^{-}$	$\boxed{0}_{2}^{+}$	$\boxed{0}_{7}$	$\boxed{0}_{5}$
$\boxed{0}_{12}$	0	0	$\boxed{0}_{1}$	4
6	$^{+}$ -1	$\boxed{0}_{10}^{-}$	2	5

$\min\{9, 10\} = 9$

$x^{(6)}$

					u_i
5	0	$\boxed{0}_{11}$	$\boxed{0}_{7}$	$\boxed{0}_{5}$	0
$\boxed{0}_{12}$	0	0	$\boxed{0}_{1}$	4	0
6	$\boxed{-1}_{9}$	$\boxed{0}_{1}$	2	5	0
v_j: 0	-1	0	0	0	

$\Delta^{(6)}$

5	1	$\boxed{0}_{11}$	$\boxed{0}_{7}$	$\boxed{0}_{5}$
$\boxed{0}_{12}$	1	0	$\boxed{0}_{1}$	4
6	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{1}$	2	5

$\Rightarrow$ für $\Delta^{(6)}$ gilt: $\Delta_{ij} \geq 0 \quad \forall_{i=1}^{3} \; \forall_{j=1}^{5}$

$\Rightarrow x^{(6)}$ optimal.

$x^{(6)}$: $x_{13} = 11$, $x_{14} = 7$, $x_{f1} = 5$
$x_{21} = 12$, $x_{24} = 1$, $x_{32} = 9$, $x_{33} = 1$, Rest $= 0$

$ZF = 10 \cdot 11 + 7 \cdot 7 + 0 \cdot 5 + 5 \cdot 12 + 3 \cdot 1 + 6 \cdot 9 + 5 \cdot 1 =$
$= 110 + 49 + 60 + 3 + 54 + 5 =$
$= \underline{\underline{281}}$

dabei bleibt beim Prod. P_1 5 Mengeneinheiten nicht verkauft. $\square$

$x^{(1)}$

2,1,3	✓ 12	✓6 9	2✓ 12	✓ 8	✓ 5	
~~12~~ ~~18~~ 23	$\boxed{14}_{12}$	$\boxed{12}_{6}$	10	M	$\boxed{0}_{5}$	0
✓ ~~3~~ ~~5~~ 13	M	$\boxed{8}_{3}$	$\boxed{6}_{2}$	$\boxed{3}_{8}$	0	−4
✓ 10	10	6	$\boxed{5}_{10}$	4	0	−5
	14	12	10	7	0	

$\Delta^{(1)}$

$\boxed{0}_{12}$	$\boxed{0}_{6}$	0	M−7	$\boxed{0}_{5}$
M−10	$\boxed{0}_{3}^{-}$	$\boxed{0}_{2}^{+}$	$\boxed{0}_{8}$	
1	-1^{+}	$\boxed{0}_{10}^{-}$	2	5

$\min\{3,10\}=3$

$x^{(2)}$

$\boxed{0}_{12}$	$\boxed{0}_{6}$	0	M−7	$\boxed{0}_{5}$	0
M−10	0	$\boxed{0}_{5}$	$\boxed{0}_{8}$	4	−1
1	$\boxed{-1}_{3}$	$\boxed{0}_{7}$	2	5	−1
0	0	1	1	0	

$\Delta^{(2)}$

$\boxed{0}_{12}$	$\boxed{0}_{6}^{-}$	-1^{+}	M−8	$\boxed{0}_{5}$
M−9	1	$\boxed{0}_{5}$	$\boxed{0}_{8}$	5
2	$\boxed{0}_{3}^{+}$	$\boxed{0}_{7}^{-}$	2	6

$\min = \{6,7\}=6$

$x^{(3)}$

$\boxed{0}_{12}$	0	$\boxed{-1}_{6}$	M−8	$\boxed{0}_{5}$	0
M−9	1	$\boxed{0}_{5}$	$\boxed{0}_{8}$	5	1
2	$\boxed{0}_{9}$	$\boxed{0}_{1}$	2	6	1
0	−1	−1	−1	0	

$\Delta^{(3)}$

0	1	0	M−7	0
M−10	1	0	0	5
1	0	0	2	5

$\Rightarrow \Delta^{(3)}$ so, dass $\Delta^{(3)}_{ij} \geq 0$ f.a. $i \in [3], j \in [5]$

$\Rightarrow x^{(3)}$ optimal mit

$x^{(3)}_{11}=12$, $x^{(3)}_{13}=6$ $\quad x^{(3)}_{15}=x^{(3)}_{1f}=5$

$x^{(3)}_{23}=5$, $x^{(3)}_{24}=8$ $\quad x^{(3)}_{32}=9$, $x^{(3)}_{33}=1$ Rest $=0$

$ZF = 14\cdot 12 + 10\cdot 6 + 0\cdot 5 + 6\cdot 5 + 3\cdot 8 + 6\cdot 9 + 5\cdot 1 =$
$= 168 + 60 + 30 + 24 + 54 + 5 =$
$= \underline{\underline{341}}$

und wieder bleibt der erste Produzent auf seine Ware sitzen.

zu 2.2. $B_3 V_f := M$.

zu 2.3 Kap.

zu 2.4 Wir def. neu: $a_1' := a_1 - 2 = 11$ und
$b_3' := b_3 - 2 = 10$.

Zum Schluß aus der modifizierten Aufgabelösung erhält man den TP für die gestellte Aufgabe mit
$a_1 = a_1' + 2$ u. $b_3 = b_3' + 2$ $\square$