Bsp: Lösen Sie folgende LOA (P):

$$(P) \quad 3x_1 - x_1 \longrightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_3 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 12 \\ x_1 - 2x_2 + 6x_3 \leq 10 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \end{cases}.$$

Falls (P) lösbar ist und es ein Lösungspunkt x^* ex. mit $x_1^* + x_2^* + x_3^* > 6$, so optimieren Sie nach mit dem Restr. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$.

Lösung: BV: u_1, u_2, u_3

NBV: x_1, x_2, x_3

$x^{(1)}$		x_1	x_2 ↓	x_3
	0	1	-3	0
u_1	2	2	0	4
← u_2	12	-1	2	-1
u_3	10	1	-2	6

$x^{(2)}$		x_1	u_2	x_3 ↓	Q
	18	-1/2	3/2	-3/2	
← u_1	2	2	0	4	1/2
x_2	6	-1/2	1/2	-1/2	
u_3	22	0	1	5	22/5

$x^{(3)}$		x_1	u_2	u_1 ↓
	75/4	1/4	3/2	3/8
x_3	1/2	1/2	0	1/4
x_2	25/4	-1/4	1/2	1/8
u_3	39/2	-5/2	1	-5/4
← u_4	-6	6	-1	-3
Q			$\underbrace{\frac{(3/2)}{\lvert -1\rvert}}_{=3/2}$	$\underbrace{\frac{(3/8)}{\lvert -3\rvert}}_{=\frac{1}{8}}$

Offenbar ist $x^{(3)}$ opt. f. (P),

d.h. $x^{(*)} = x^{(3)} \Rightarrow x^* = \left(0, \frac{25}{4}, \frac{1}{2}\right)^T$

$\Rightarrow x_1^* + x_2^* + x_3^* = \frac{25}{4} + \frac{1}{2} = \frac{27}{4} > 6$

$\Rightarrow$ Nachoptimieren mit der

VNB $x_1 + x_2 + x_3 \leq 6. \Leftrightarrow x_1 + \frac{25}{4} + \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{2}u_2 - \frac{1}{8}u_1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}u_1 \leq 6$

$x_2 = \frac{25}{4} + \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{2}u_2 - \frac{1}{8}u_1$ $\quad \Leftrightarrow \frac{3}{4}x_1 - \frac{3}{8}u_1 - \frac{1}{2}u_2 + \frac{27}{4} \leq 6$

$\Leftrightarrow 6x_1 - 3u_1 - 4u_2 + 54 \leq 48$

$x_3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}u_1$ $\quad \Leftrightarrow 6x_1 - 3u_1 - u_2 + u_4 = -6$

$x^{(4)}$		x_1	u_2	u_4
	18	1	11/8	1/8
x_3	0			1/12
x_2	6			1/24
u_3	22			−5/12
u_1	2	−2	1/3	−1/3

Diese STab. ist opt., d.h. $x^{(4)}$ ist opt.

mit $x^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $ZF(x^{(4)}) = 18$

$\square$