Übungsblatt 4, Teil 1 (28. Mai 2019)

Aufgabe 1: 5 Punkte

Wir betrachen den VR $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ über den Körper $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ mit $n \geq 2$. Für beliebige Elemente v und w aus $\mathbb{R}^n$ seien folgende Abbildungen $\langle \cdot, \cdot \rangle$ definiert:

(a) $\langle v, w \rangle := \min\limits_{1 \leq i \leq n} (v_i \cdot w_i)$.

(b) $\langle f, g \rangle := \int\limits_a^b \big(f(x) \cdot g(x)\big) dx$, wobei f und g zwei reelle stetige Funktionen sind, die auf dem Intervall $[a, b]$ definiert sind.

Welche der in (a), (b) und (c) angegebenen Abbildungen definiert ein SP und welche nicht? Zeigen Sie, dass Ihre Antworten korrekt sind.

Aufgabe 2: 5 Punkte

(a) Ist die Menge

$$L := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{array}{c} 5x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

konvex?

(b) Wir betrachten den Restriktionsbereich

$$M := \{x \in \mathbb{R}^n \mid A \cdot x = b, x \geq 0\}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 7 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine Basismatrix von A mit zulässigem Basispunkt, eine Basismatrix von A mit nicht zulässigem Basispunkt und eine 2×2-Teilmatrix von A, die keine Basismatrix von A ist, an. Beweisen Sie ihre Behauptungen.