Übungsblatt 4, Teil 1

Aufgabe 1: 3 Punkte

Sei $\mathbb{G}$ die Menge doppelt genauer Gleitkommazahlen, d.h. $\mathbb{G} = \mathbb{G}(2, 52, \mathbb{E})$, wobei $\mathbb{E} = (-1021, 1024)$. Zeigen Sie (ohne Verwendung von Überläufen)

a) Die Menge $\mathbb{G}$ ist nicht abgeschlossen unter der gewöhnlichen Addition.

b) Die Aussage $\forall a, b \in \mathbb{G}, b \neq 0 : a \boxed{+} b \neq a$ gilt i.A. nicht.

c) das Assoziativgesetz gilt in $\mathbb{G}$ im Allgemeinen nicht.

Aufgabe 2: 7 Punkte

a) (4 P.) Bestimmen Sie jeweils die kompontenweisen und normweisen Konditionen folgender Operationen

a1) $f_1(x, y) = \frac{x}{y}$

a2) $f_2(x, y) = \sin(x \cdot y)$

b) (3 P.) Seien das Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$ und das gestörte Gleichungssystem $\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{y}}$ gegeben, wobei

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2.01 \end{pmatrix}, & \tilde{\mathbf{A}} &:= \begin{pmatrix} 1.001 & 2 \\ 1 & 2.01 \end{pmatrix} \\ \mathbf{y} &:= (1, 1)', & \tilde{\mathbf{y}} &:= (0.99, 1)' \end{aligned}$$

b1) Bestimmen Sie die Kondition der Matrix $\mathbf{A}$.

b2) Untersuchen Sie ob die Bedingungen von Satz 4 erfüllt sind, und geben Sie eine obere Schranke für den relativen Fehler an.

b3) Vergleichen Sie mit den exakten Lösungen der Gleichungssysteme.