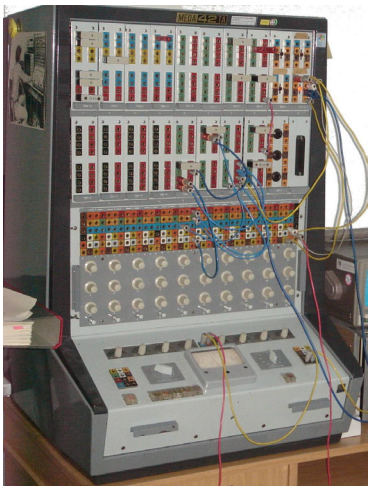


MEDA 42 TA

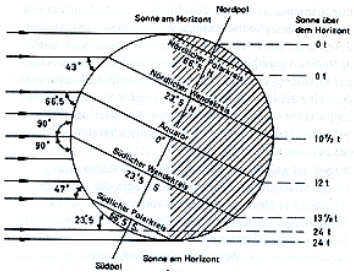
Frank Winkler,
Manfred Günther

Inhalt

- Analogien
- Technische Probleme: Ausgleich
- Mathematik: Differentialgleichungen
- Analoge Rechnung: Spannungen
- Digitale Rechnung: Zahlen
- Digitale Simulation analoger Rechner
- Beispiele

Analogien 1

- **Phänomen**: Planetenbahnen
- **Wissenschaft**: Mathematik, Physik (Keplersche Gesetze, Gravitationsgesetz)



- **Modellierung**: Kalender, Eintrag „Wintersonnenwende"

Analogien 2

- Modellierung: Analogrechner (Telefunken 1966)

MITTEILUNGEN DER FACHABTEILUNG ANALOGRECHNER
10.1.66

SONDERAUSGABE

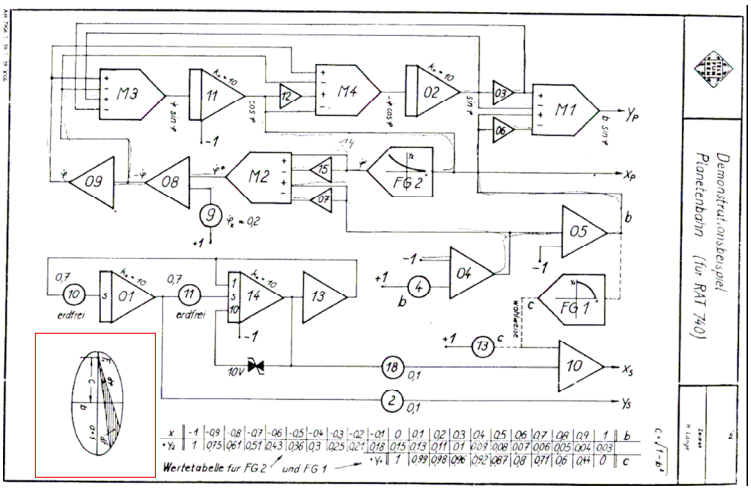
DEMONSTRATIONSBEISPIELE FÜR ANALOGRECHNER

RAT 740

BEISPIEL 2

Analogien 3

Berechnung der Planetenbahnen nach Kepler auf RAT 740



Analogien 4

- **Physik**:
  Ausgleichvorgänge (Temperatur, Konzentration)
  Schwingungen, Schwingungsdämpfung
  Regelungen, ...
- **Biochemie**:
  Konzentrationsausgleich, Zellwachstum, ...
- **Elektrotechnik**
  Ausgleichvorgänge (Kondensator),
  Schwingungen (Kondensator, Spule: „Schwingkreis“)
  Regelungen, ...

⇒ Gemeinsames **Beispiel**: Ausgleichsproblem

Natur und Technik

Beispiel: Ausgleichsproblem:

Beobachtung, Messung:
Transportgeschwindigkeit (x/t) eines Mediums x ist vom Konzentrationsgefälle $x-x_0$ abhängig.

Modellierung, Mathematik: Differentialgleichung

$dx/dt = k \cdot (x - x_0)$ k: Ausgleichskonstante

Ist x_0 und k bekannt (oder Null) kann x zu jeder Zeit t von einem Mathematiker berechnet werden.

Fragen:

1. kann man diese Gleichung von einer Maschine berechnen lassen?
2. kann die Maschine mindestens so schnell oder schneller rechnen, als der Transportvorgang dauert?

Mathematik

$$\frac{dx}{dt} = k \cdot (x - x_0)$$

Der Mathematiker sagt: „inhomogene lineare Differentialgleichung“ oder, wenn $x_0 = 0$ „homogene lineare Differentialgleichung“:

$$\frac{dx}{dt} = k \cdot x$$

... stellt die Gleichung um, ... und löst sie:

$$\frac{dx}{dt} - k \cdot x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = x_A \cdot e^{k \cdot t}$$

Anmerkung: meist ist *k* negativ „Ausgleich“, positives *k* ergibt eine „Kettenreaktion“

kann man diese Gleichung von einer Maschine berechnen lassen?

Analogrechner 1

$$\frac{dx}{dt} + k \cdot x = 0$$

Ausgleich: negatives *k*, daher positiv in der Formel

Die Differentation dx/dt ist nicht gut technisch realisierbar, aber die Integration!

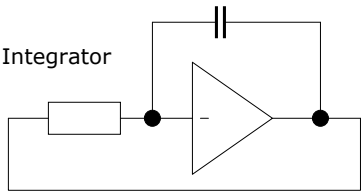
$$\int \frac{dx}{dt} dt + \int k \cdot x \, dt = 0 \quad \Rightarrow \quad x + k \cdot \int x \, dt = 0$$

Oder: $$x = -k \cdot \int x \, dt$$

Ja: wir bilden das Problem analog auf Spannungen U ab:

Integrator

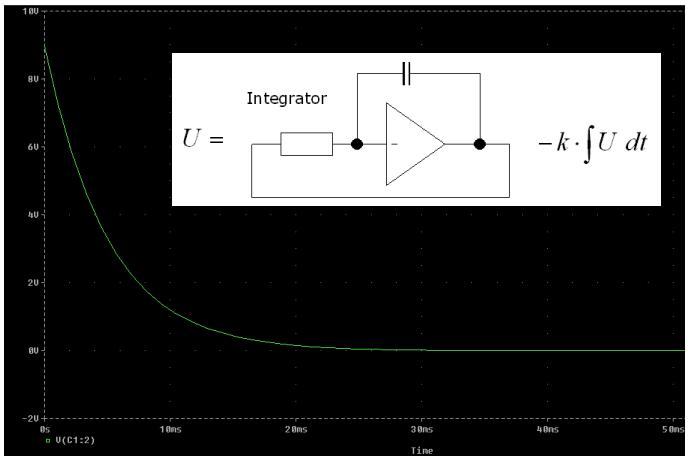
$U =$



$-k \cdot \int U \, dt$

Analogrechner 2

Beobachtung der Spannung in der Modellschaltung:



kann man diese Gleichung von einer Maschine berechnen lassen?

Analogrechner 3

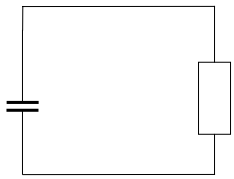
$$\frac{dx}{dt} + k \cdot x = 0$$

Elektrotechnik:

$$C \cdot \frac{dU}{dt} = I \qquad I = \frac{U}{R}$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC} U = 0 \quad \Leftrightarrow \quad C \cdot \frac{dU}{dt} = -\frac{U}{R} \; ^*$$

Kann ein Kondensator rechnen?



* Kirchhoff'scher Satz: die Summe der Ströme in einem Verbindungspunkt ist 0

kann man diese Gleichung von einer Maschine berechnen lassen?

Digitalrechner

$$\frac{dx}{dt} + k \cdot x = 0$$

Mathematik:

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{(t_1 - t_0) \to 0} \left(\frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \right)$$

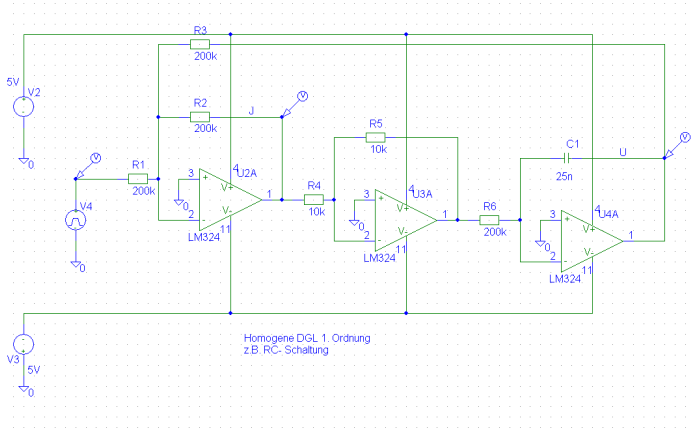
$$\frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} + k \cdot x_1 = 0$$

Ist k sowie x_0 zur Zeit t_0 bekannt,
So kann x_1 für die Zeit t_1 berechnet werden.
Dann x_2, x_3 usw. bis zur gewünschten Zeit t

Ja: wir bilden das Problem auf die Addition und Subtraktion ab.
Dann kann jeder Rechner, der +, – und * im Zahlensystem beherrscht, die Gleichung lösen. Er muss es mehrfach, schrittweise tun.

Am besten (am genauesten, dann aber auch am langsamsten) in unendlich kleinen Schritten!

Ein Digitalrechner simuliert den Analogrechner

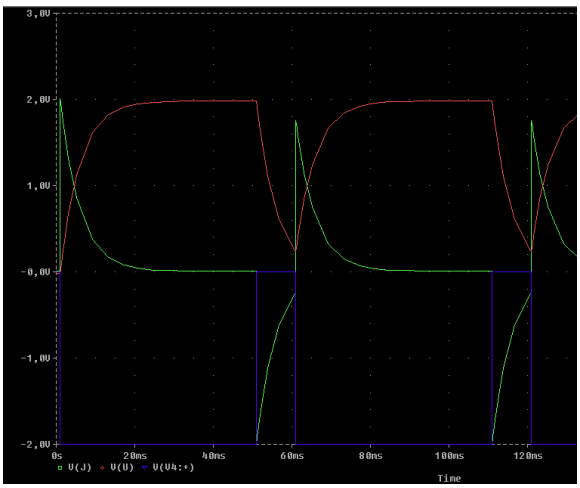


PSPICE
Simulator
„schematic entry"

Modellierung des
Analogrechners

Ist eine Digitalsimulation eines analogen Rechners sinnvoll? (also eine „Simulation 2. Ordnung"?)

Ein Digitalrechner simuliert den Analogrechner



PSPICE
Simulator
„Probe"

Alle inneren
Spannungsverläufe
im Analogrechner

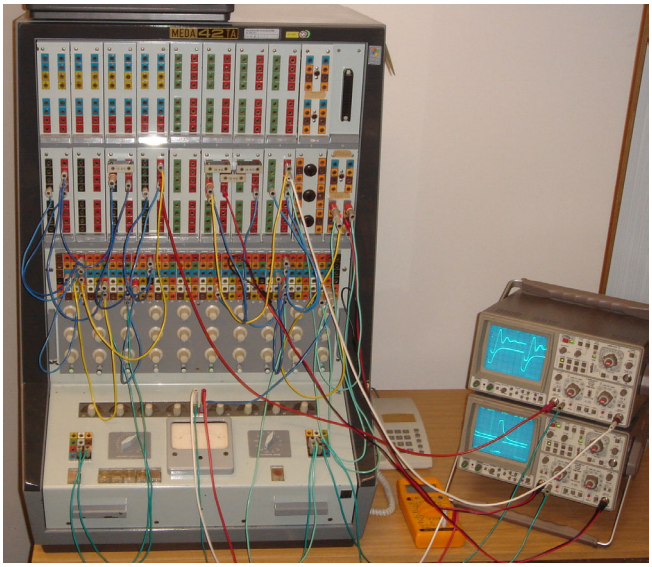
Differential-analysator MEDA 42 TA

Hersteller:
Tesla, 1973
120 kg, 200 W

Genauigkeit:
0,2 %

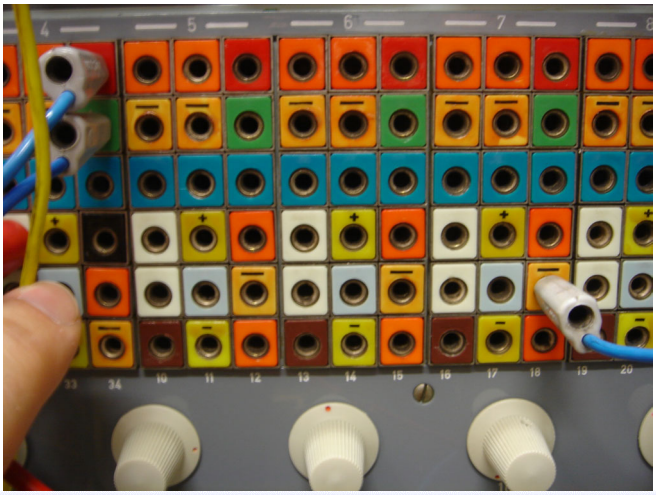
Verstärker
Inverter
Addierer
Integratoren
Multiplikatoren
Quadrierer
Komparatoren

Standort:
HU Berlin,Adlershof



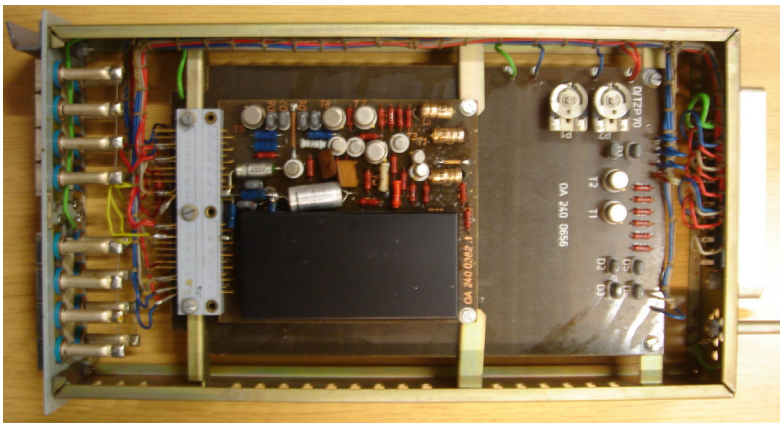
MEDA 42 TA

Programmierfeld der Integratoren



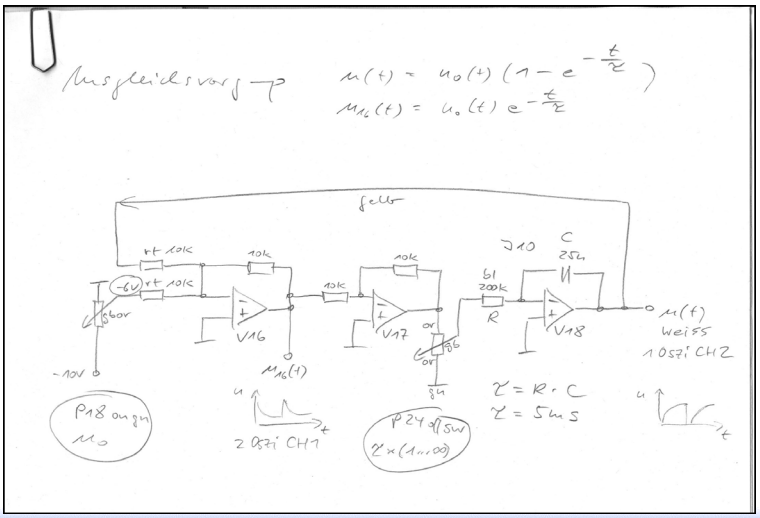
MEDA 42 TA

2-fach Operationsverstärker



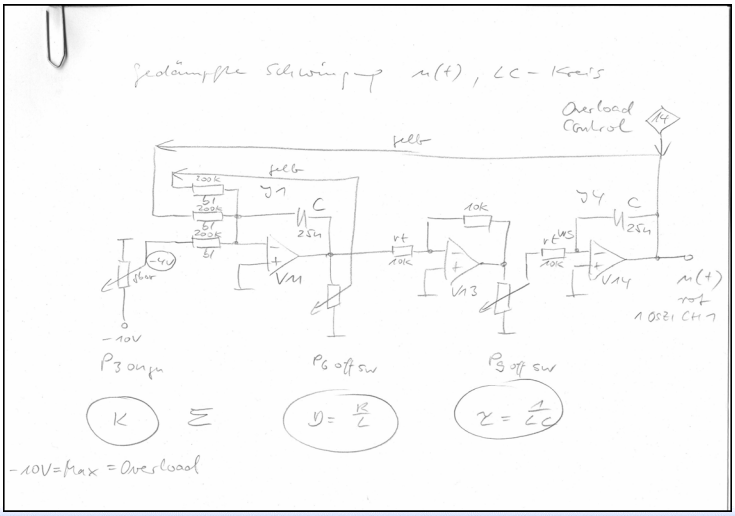
MEDA 42 TA

Differentialgleichung 1. Ordnung (Ausgleich): Entwurf



MEDA 42 TA

Differentialgleichung 2. Ordnung: Entwurf



MEDA 42 TA

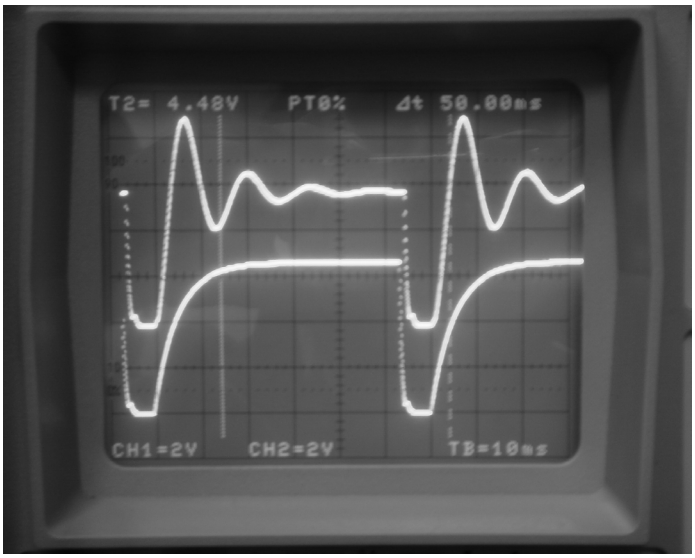
Oszilloskopbild:

Rechendauer:
60 ms

Oben:
Lösung der
Dgl. 2. Ordnung

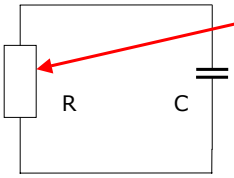
Untern:
Dgl. 1. Ordnung

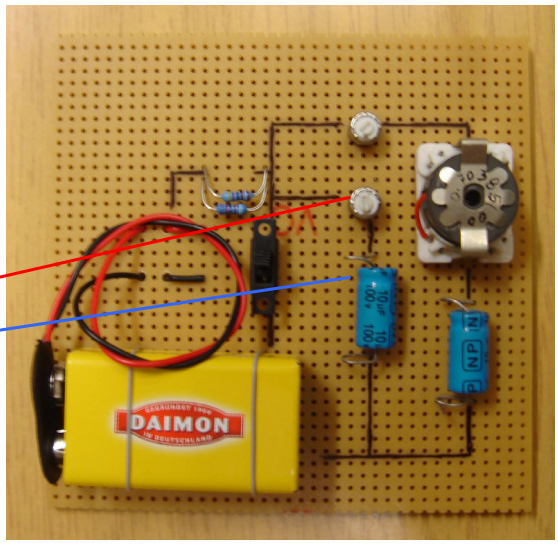
Die Rechnung
wiederholt sich
periodisch.
(Repetiermodus)



Testaufbau

Kondensatorentladung
(Dgl. 1. Ordnung)

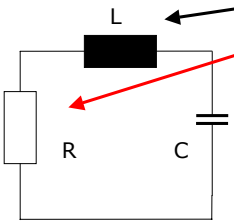


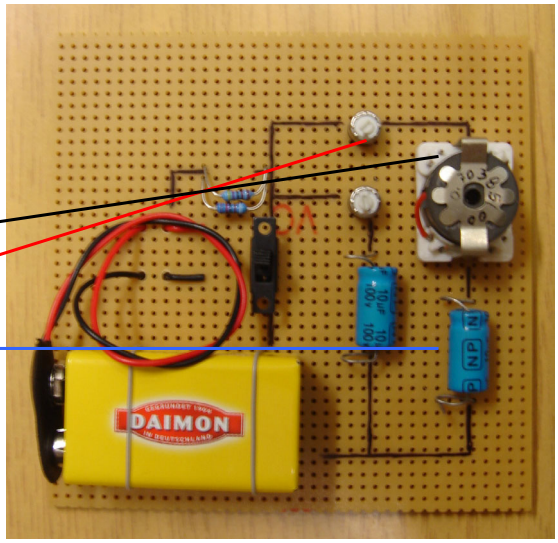


Der Testaufbau liefert
ein ähnliches
Oszilloskopbild wie auf
Seite 20 unten,
nur ohne Repetierung

Testaufbau 2

Schwingkreis
(Dgl. 2. Ordnung)





Der Testaufbau liefert
ein ähnliches
Oszilloskopbild wie auf
Seite 20 oben,
nur ohne Repetierung

Vielen Dank für das Interesse,
und für Ihre Neugier,
Technik aus verschiedenen Blickwinkeln zu betrachten.

Dr.-Ing. Frank Winkler
fwinkler@informatik.hu-berlin.de