

# Nebenläufigkeit und Fairness

Seminar „Model Checking“ WS 08/09

Jan Engelsberg  
engelsbe@informatik.hu-berlin.de

## Gliederung

1. Nebenläufigkeit
  - Lokalitätsprinzip
2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit
  - Interleaving
  - Halbordnung
3. Fairness

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness

## 1. Nebenläufigkeit

➤ Was ist Nebenläufigkeit?

- In der Computerwelt
  - Verschiedene Programme, die gleichzeitig laufen
  - Mehrere „Threads“ eines Programms
  - Mautsystem: ca. 500.000 Einzelgeräte in LKW
- Allgemeiner
  - Zwei oder mehr Dinge passieren zur gleichen Zeit
  - können, müssen sich aber nicht gegenseitig beeinflussen

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 1

## 1. Nebenläufigkeit

➤ Beispiel

- Vereinfachte Ampel

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 2

## 1. Nebenläufigkeit

➤ Beispiel

- Vereinfachte Ampel

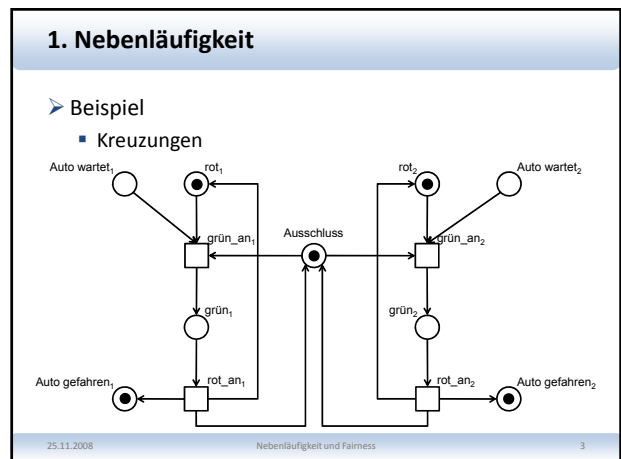
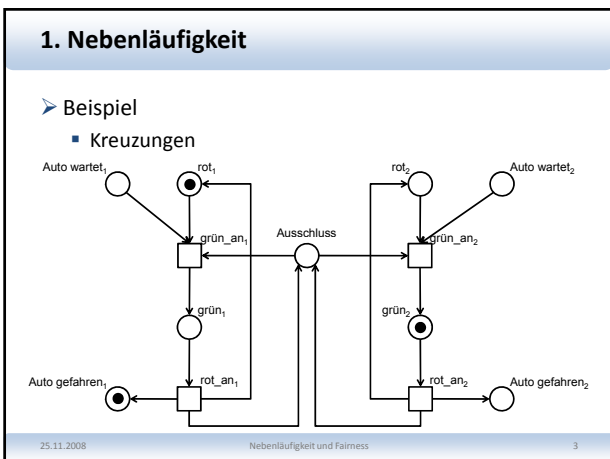
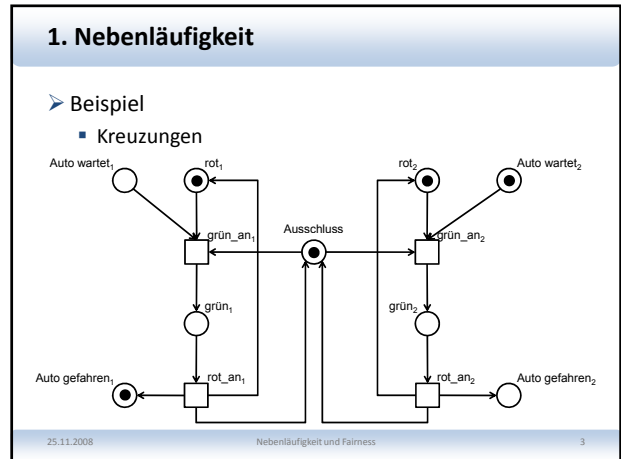
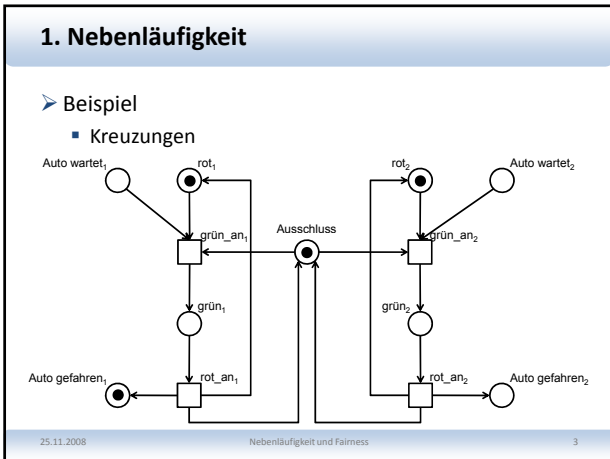
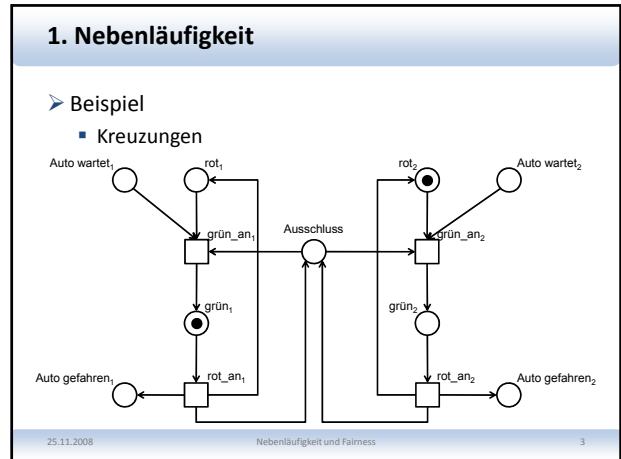
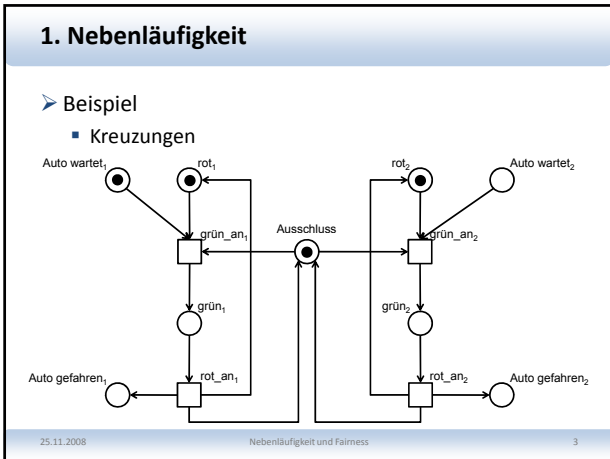
25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 2

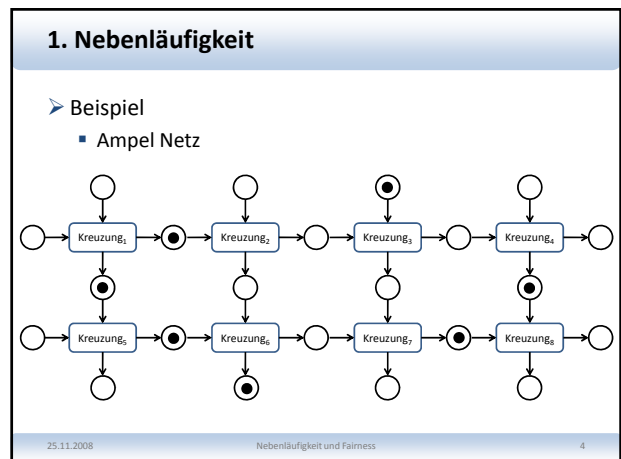
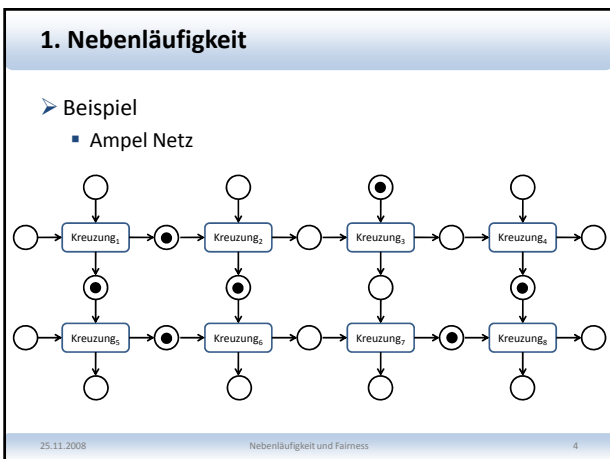
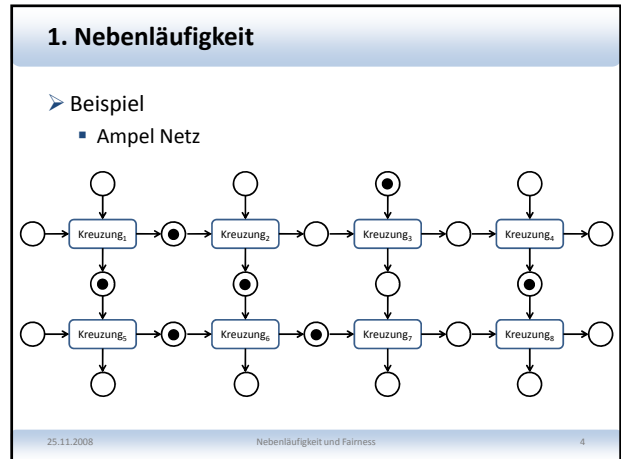
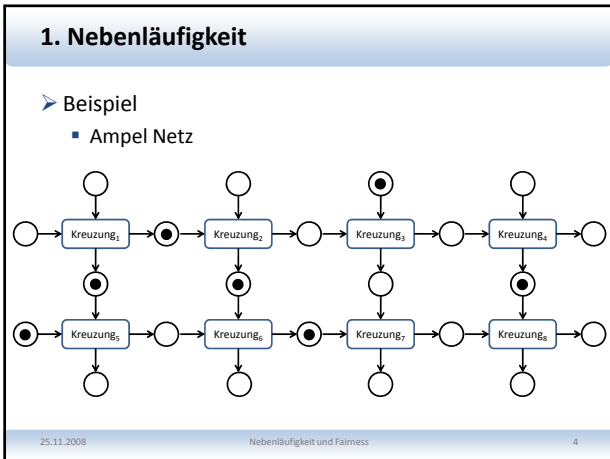
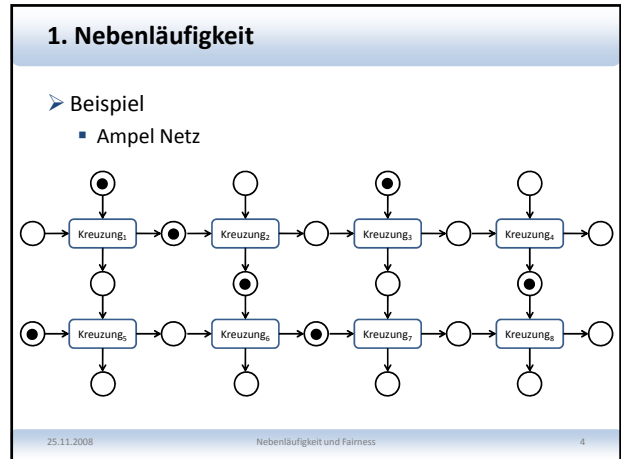
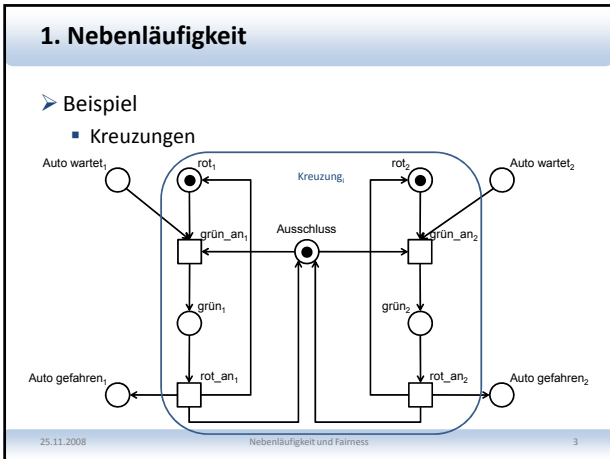
## 1. Nebenläufigkeit

➤ Beispiel

- Vereinfachte Ampel

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 2





### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Wie analysiert man das System?
  - Betrachtung aller Zustände
- Wieso ist das ein Problem?
  - Schon in kleinen Systemen viele Zustände

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 5

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Zustand 1

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 6

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Zustand 2

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 6

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Zustand 3

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 6

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Zustand 4

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 6

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Zustand 5

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 6

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Problem Zustandsraumexplosion

- Jeden Zustand unseres Systems erfassen
  - 8 Kreuzungen
  - Jede hat 3 Zustände (rot-rot, rot-grün, grün-rot)
  - $3^8 = 6561$  Zustände
- Mautsystem
  - 500.000 Geräte: nur „an“ oder „aus“
  - $2^{500.000}$  Zustände

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 7

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lösung Lokaltätsprinzip

- Beschrieben von Carl Adam Petri
  - 1962 in seiner Dissertation
- Idee: Manche Ereignisse
  - sind unabhängig voneinander
  - müssen in keine zeitliche Reihenfolge gebracht werden

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 8

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lokaltätsprinzip am Beispiel

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 9

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lokaltätsprinzip am Beispiel

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 9

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lokaltätsprinzip am Beispiel

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 9

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lokaltätsprinzip

- Es ergibt sich eine Halbordnung
  - Nur Ereignisse, die sich gegenseitig bedingen, sind geordnet
- Resultat: Unabhängige Komponenten
  - Nämlich genau die, deren Ereignisse nicht in Ordnung stehen

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 10

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lokaliätsprinzip

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 11

### 1. Nebenläufigkeit

➤ Lokaliätsprinzip

- (Schlüssel-) Ereignisse
  - Nur von Teilmengen von Komponenten abhängig
  - Wirken sich nur auf Teilmengen von Komponenten aus
- Komponenten können als verteilt betrachtet werden
  - Zeitlich und Räumlich unabhängig
  - Verschmelzung von Zuständen
- „Verteilte Systeme“
  - Mit nebenläufigen Komponenten

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 12

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving

- Serialisierung von Ereignisabfolgen
  - Abläufe von Komponenten i.d.R. schon seriell
- Ausnutzung der Unabhängigkeit von Komponenten
  - Als Prozesse betrachten

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 13

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- (Auto wartet, rot)
- grün\_an
- (grün)
- rot\_an
- (rot, Auto gefahren)

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 14

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- (Auto wartet, rot)
- grün\_an
- (grün)
- rot\_an
- (rot, Auto gefahren)

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 14

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- (Auto wartet, rot)
- grün\_an
- (grün)
- rot\_an
- (rot, Auto gefahren)

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 14

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- Kreuzungen als Prozesse

- Kreuzung<sub>1</sub>
- Kreuzung<sub>2</sub>
- Kreuzung<sub>4</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- ...

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 15

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- Kreuzung<sub>1</sub>
- Kreuzung<sub>2</sub>
- Kreuzung<sub>4</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- ...

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 15

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- Kreuzung<sub>1</sub>
- Kreuzung<sub>2</sub>
- Kreuzung<sub>4</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- ...

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 15

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- Kreuzung<sub>1</sub>
- Kreuzung<sub>2</sub>
- Kreuzung<sub>4</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- ...

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 15

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- Kreuzung<sub>1</sub>
- Kreuzung<sub>2</sub>
- Kreuzung<sub>4</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- ...

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 15

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving am Beispiel

- Kreuzung<sub>1</sub>
- Kreuzung<sub>2</sub>
- Kreuzung<sub>4</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- Kreuzung<sub>3</sub>
- ...

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 15

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

- Interleaving
  - Reihenfolge externen festgelegt
    - Auch andere Reihenfolgen möglich
  - Alle möglichen Reihenfolgen ergeben sich aus dem Erreichbarkeitsgraphen

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 16

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

- Erreichbarkeitsgraph
  - Gerichteter Graph
    - Knoten := Menge der erreichbaren Markierungen
    - Kanten := Überführung von einer Markierung zur nächsten
  - Menge aller Wege durch den Graphen
    - Entspricht den möglichen Serialisierungen

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 17

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

- Erreichbarkeitsgraph am (modifiziertem) Beispiel

- Startmarkierung  $(s1, s2, s3, s4) = (1,0,0,1)$

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 18

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

- Erreichbarkeitsgraph am (modifiziertem) Beispiel

- Startmarkierung  $(s1, s2, s3, s4) = (1,0,0,1)$

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 18

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

- Erreichbarkeitsgraph am (modifiziertem) Beispiel

- Startmarkierung  $(s1, s2, s3, s4) = (1,0,0,1)$

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 18

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

- Erreichbarkeitsgraph am (modifiziertem) Beispiel

- Startmarkierung  $(s1, s2, s3, s4) = (1,0,0,1)$

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 18

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving

- Abstraktion durch Prozesse
- (Unendliche) Sequenz
  - $K_1, K_1, K_2, K_2, K_1, K_1, K_1, K_2, \dots$
- Formal darstellbar

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 19

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Interleaving formal

- $(M, \phi_{START}, \Phi)$ 
  - M ist (Multiprozess) temporale Struktur
  - $\phi_{START}$  ist Startbedingung für M
  - $\Phi$  ist Fairness Bedingung
- $(M, \phi_{START}, \Phi) \models p$  genau dann wenn für alle x in M
  - $M, x \models \phi_{START}$  und  $M, x \models \Phi$  daraus folgt  $M, x \models p$

25.11.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 20

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung

- Idee: Unabhängige Ereignisse nicht zeitlich ordnen
- Hierdurch entsteht eine Halbordnung
  - Ein Ereignis findet niemals vor sich selbst statt
  - A vor B und B vor C, dann A vor C
  - Sind A und D unabhängig, so werden sie nicht geordnet

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 21

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 1

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 22

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 1

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 22

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 1

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 22

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 2

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 23

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 2

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 23

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 2

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 23

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 2

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 23

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung am Beispiel - 2

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 23

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Problem: Wie wird die Halbordnung entscheiden?

- Ein Beobachter
  - Sieht eine Serialisierung
  - Kann keine Entscheidung treffen
- Mehrere nebenläufige Beobachter
  - Sehen verschiedene Serialisierungen
  - Können Entscheidung treffen

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 24

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

Mögliche Serialisierungen

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 25

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

Mögliche Serialisierungen

1.  $ga_1 - ga_2$
2.  $ga_2 - ga_1$

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 25

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

- Ein Beobachter
  - Sieht  $ga_1 - ga_2$  ODER  $ga_2 - ga_1$
- Zwei Beobachter
  - Sehen  $ga_1 - ga_2$  UND  $ga_2 - ga_1$
  - Per Kommunikation nun entscheidbar  $ga_1 \mid ga_2$

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 26

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

Mögliche Serialisierungen

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 27

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

Mögliche Serialisierungen

1.  $ga_1 - ga_2$
2.  $ga_2 - ga_1$

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 27

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

Mögliche Serialisierungen

1.  $ga_1 - ga_2 - ra_1 - ra_2$
2.  $ga_1 - ga_2 - ra_2 - ra_1$
3.  $ga_2 - ga_1 - ra_1 - ra_2$
4.  $ga_2 - ga_1 - ra_2 - ra_1$
5.  $ga_1 - ra_1 - ga_2 - ra_2$
6.  $ga_2 - ra_2 - ga_1 - ra_1$

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 27

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung entscheiden: Beispiel

- Sechs Beobachter
  - Sehen **1, 2, 3, 4, 5, 6**
  - Per Kommunikation nun entscheidbar  
 $ga_1 - ra_1 \mid ga_2 - ra_2$
- Also **n** Beobachter
  - Sehen **n** Serialisierungen
  - Können Halbordnungen entscheiden

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 28

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Analyse von Halbordnungen

- Die geordneten Ereignisfolgen bilden Prozesse
  - Jede Serialisierung entspricht einem Prozess
- Können als Kausalnetze dargestellt werden
  - [B, E, G] mit
    - B sind Bedingungen Kreise
    - E sind Ereignisse Quadrate
    - G ist Teilmenge der Vereinigung von (B x E) und (E x B) mit  
 $G^*$  (transitive Hülle) ist irreflexiv Kanten

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 29

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Abbildung von Petrinetzen auf Kausalnetze 1

- Bedingungen entsprechen Stellen
  - Können mehrfach auftreten
  - Stellen der Startmarkierung bilden den Anfang des Kausalnetzes
- Jede Bedingung hat
  - als unmittelbaren Vorgänger genau ein Ereignis  
– Außer den Startbedingungen
  - als unmittelbaren Nachfolger höchstens ein Ereignis

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 30

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Abbildung von Petrinetzen auf Kausalnetze 2

- Ereignisse entsprechen Transitionen
- Jedes Ereignis hat als
  - unmittelbare Vorgänger die Bedingungen, die dem Vorbereich der Transition entsprechen
  - unmittelbare Nachfolge die Bedingungen, die dem Nachbereich der Transition entsprechen
- Es gibt keine Schleifen

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 31

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ (Teil-)Kausalnetz am Beispiel

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 32

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ (Teil-)Kausalnetz am Beispiel

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 32

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ (Teil-)Kausalnetz am Beispiel

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 32

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung und CTL

- Schnitte in Kausalnetzen
  - Schnitt := maximale Menge unkorrelierter Bedingungen
  - Hier:
    - {S1, S2}, {S1, S4}, {S1, S6}, {S2, S3}, {S2, S5}, {S3, S4}, {S3, S6}, {S4, S5}, {S5, S6}
  - Schnitte entsprechend Markierungen im Erreichbarkeitsgraphen

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 33

### 2. Betrachtungsweisen von Nebenläufigkeit

➤ Halbordnung und CTL

- CTL Interpretation von Kausalnetzen
  - Zustand (Markierung) entspricht Schnitt
  - Boolesche Logik wie gehabt
  - $A\phi$ : für alle Fortsetzungen des Prozesses
  - $E\phi$ : für eine geeignete Fortsetzung des Prozesses
  - $F\phi$ : es gibt einen Schnitt des Prozesses, ab dem  $\phi$  erfüllt wird
  - $G\phi$ : falls jeder Schnitt  $\phi$  erfüllt
- U und X haben keine anerkannte Definition

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 34

### 3. Fairness

➤ Wann ist ein System fair?

- Wenn alle Prozesse die gleiche Chance haben, (gleich oft) abgearbeitet zu werden
- Z.B. ist das Kreuzungsnetz nicht fair

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 35

### 3. Fairness

➤ Wann ist ein System fair?

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 36

### 3. Fairness

➤ Fairness erzeugen

- in unendlichen Sequenzen von Prozessen...
- Objektive Fairness
  - Jeder Prozess wird unendlich oft ausgeführt
- Schwache Fairness
  - Jeder Prozess, der unendlich oft Markiert ist, wird unendlich oft ausgeführt
- Starke Fairness
  - Jeder Prozess wird immer ausgeführt, wenn er markiert ist

02.12.2008 Nebenläufigkeit und Fairness 37

### 3. Fairness

#### ➤ Fairness erzeugen

- Formal für  $(M, \Phi_{\text{START}}, \Phi)$  mit  $k$  Prozessen
- Objektive Fairness
  - $\Phi = \bigwedge_{i=1}^k \overset{\infty}{F} \text{executed}_i$
- Schwache Fairness
  - $\Phi = \bigwedge_{i=1}^k (\overset{\infty}{G} \text{enabled}_i \Rightarrow \overset{\infty}{F} \text{executed}_i)$
- Starke Fairness
  - $\Phi = \bigwedge_{i=1}^k (\overset{\infty}{F} \text{enabled}_i \Rightarrow \overset{\infty}{F} \text{executed}_i)$

02.12.2008

Nebenläufigkeit und Fairness

38

### 3. Fairness

#### ➤ Fairness erzeugen

- Möglich durch externen Eingriff
  - „Würfeln“: Gleiche Wahrscheinlichkeit für alle
  - FiFo
  - MUTEX
- Aber z.B. FiFo nur modellierbar mit Einschränkung der Speicherkapazität

02.12.2008

Nebenläufigkeit und Fairness

39

### Literatur

- G. Poltkin, V. Pratt. „Teams Can See Pomsets“. University of Edinburgh, 1990; Workshop on Partial Order Methods in Verification (Eds. Peled, Pratt, Holzmann), Amer. Math. Soc., DIMACS series Vol. 29, 1997.
- E. A. Emerson. „Temporal and Modal Logic“ in „Handbook of Theoretical Computer Science, Volume B: Formal Models and Semantics“. MIT Press, 1990
- W. Reisig. „Petrietze“. [http://www2.informatik.hu-berlin.de/top/pnene\\_buch/index.php](http://www2.informatik.hu-berlin.de/top/pnene_buch/index.php), September 2008
- K. Schmidt. „Modelchecking“. <http://www2.informatik.hu-berlin.de/~kschmidt/modelchecking/modelchecking.html>

02.12.2008

Nebenläufigkeit und Fairness